پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۱

۱-

الف) $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}=\sqrt{(۴-(-۲))^۲+(۷-۳)^۲}=\sqrt{۳۶+۱۶}=\sqrt{۵۲}$

$\rightarrow AB=\sqrt{۴\times ۱۳}\rightarrow AB=۲\sqrt{۱۳}\ ,\ AB=۲R\rightarrow\ ۲R=۲\sqrt{۱۳}\rightarrow \boxed{R=\sqrt{۱۳}}$

$$\left.\begin{array}{l} x_O=\dfrac{x_A+x_B}{۲}=\dfrac{۴+(-۲)}{۲}=۱ \\ y_O=\dfrac{y_A+y_B}{۲}=\dfrac{۷+۳}{۲}=۵ \end{array}\right\}\rightarrow \boxed{O(۱,۵) \text{ مرکز دایره}}$$

ب) $OC=\sqrt{(x_O-x_C)^۲+(y_O-y_C)^۲}=\sqrt{(۱-(-۱))^۲+(۵-۸)^۲}=\sqrt{۴+۹}=\sqrt{۱۳}$

$OC=\sqrt{۱۳}\rightarrow OC=R\rightarrow$ نقطهٔ C روی محیط دایره قرار دارد

۲-

$$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{۴}{۱}\rightarrow \alpha\beta=۴$$

$$\alpha\beta^۲+۴=۰\rightarrow \alpha\beta(\beta)+۴=۰\rightarrow ۴\beta+۴=۰\rightarrow \boxed{\beta=-۱}$$

$$\rightarrow (-۱)^۲-۳m(-۱)+۴=۰\rightarrow ۱+۳m+۴=۰\rightarrow ۳m=-۵\rightarrow \boxed{m=-\frac{۵}{۳}}$$

۳-

$$\rightarrow x+\frac{۱}{x}=u\rightarrow u^۲-۲u=۰\rightarrow u(u-۲)=۰\rightarrow u=۰\ ,\ u=۲$$

$u=۰\rightarrow x+\dfrac{۱}{x}=۰\rightarrow \dfrac{x^۲+۱}{x}=۰\rightarrow x^۲+۱=۰\rightarrow \Delta=۰^۲-۴(۱)(۱)=-۴<۰\rightarrow$ معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد

$u=۲\rightarrow x+\dfrac{۱}{x}=۲\rightarrow \dfrac{x^۲+۱}{x}=۲\rightarrow x^۲-۲x+۱=۰\rightarrow (x-۱)^۲=۰\rightarrow \boxed{x=۱}$

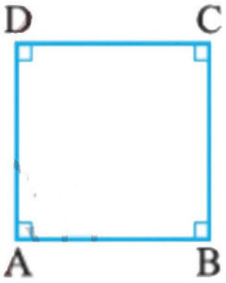
۴- آ) ابتدا شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$m_{AB}=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۲-۱}{۶-۴}=\frac{۱}{۲} \quad , \quad A(۴،۱)$$

$$\text{معادلهٔ خط AB}: y-۱=\frac{۱}{۲}(x-۴) \xrightarrow{\times ۲} ۲(y-۱)=x-۴$$

$$۲y-۲=x-۴ \Rightarrow ۲y-x=-۲$$

ب) با توجه به شکل فرضی زیر، BC بر AB عمود است، پس:



$$m_{BC}=\frac{-۱}{m_{AB}} \overset{(آ)}{=\!=} \frac{-۱}{\frac{۱}{۲}}=-۲ \quad , \quad B(۶،۲)$$

$$\text{معادلهٔ خط BC}: y-۲=-۲(x-۶) \Rightarrow y=-۲x+۱۴$$

پ) معادلهٔ خط DC را می‌نویسیم. با داشتن معادلهٔ خط BC و قرار دادن آن‌ها در یک دستگاه و حل آن، مختصات نقطهٔ C به دست می‌آید. با توجه به این‌که خط DC موازی AB است، پس شیب خط DC با شیب خط AB برابر می‌باشد:

$$m_{DC}=m_{AB}=\frac{۱}{۲} \quad , \quad D(-۱،۱۱)$$

$$\text{معادلهٔ خط DC}: y-۱۱=\frac{۱}{۲}(x+۱) \xrightarrow{\times ۲} ۲y-۲۲=x+۱$$

$$\Rightarrow ۲y-x=۲۳$$

$$\times(-۲)\begin{cases} y=-۲x+۱۴ \\ ۲y-x=۲۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲y=۴x-۲۸ \\ ۲y-x=۲۳ \end{cases} \Rightarrow -x=۴x-۵$$

$$\Rightarrow -۵x=-۵ \Rightarrow x=۱ \xrightarrow{y=-۲x+۱۴} y=-۲+۱۴=۱۲$$

$$\Rightarrow C(۱،۱۲)$$

۵ـ آ) اگر $M(۵،-۱)$ ، $A(۳،۲)$ و $B(x_B،y_B)$ ، آن‌گاه:

$$\begin{cases} x_M=\frac{x_A+x_B}{۲} \Rightarrow ۵=\frac{۳+x_B}{۲} \Rightarrow ۳+x_B=۱۰ \Rightarrow x_B=۷ \\ y_M=\frac{y_A+y_B}{۲} \Rightarrow -۱=\frac{۲+y_B}{۲} \Rightarrow y_B+۲=-۲ \Rightarrow y_B=-۴ \end{cases}$$

پس مختصات نقطهٔ B ، به‌صورت $B(۷،-۴)$ است.

ب) اگر A' قرینهٔ نقطهٔ $A(-۳،۴)$ نسبت به نقطهٔ $M(-۱،۲)$ باشد، آن‌گاه:

$$A'=(۲x_M-x_A،۲y_M-y_A)=$$
$$(۲(-۱)-(-۳)،۲(۲)-۴)=(-۲+۳،۴-۴)=(۱،۰)$$

پ) مختصات نقطهٔ B از قسمت (آ) به‌صورت $B(۷،-۴)$ است. قرینهٔ نقطهٔ B نسبت به نقطهٔ $M(۳،۰)$ به‌صورت زیر است:

$$B'=(۲x_M-x_B،۲y_M-y_B)=(۲\times۳-۷،۲\times۰+۴)$$
$$=(-۱،۴)$$

ت) قرینهٔ نقطهٔ $(x،y)$ نسبت به مبدأ مختصات، نقطهٔ $(-x،-y)$ است، پس قرینهٔ نقطهٔ $A(-۳،۵)$ نسبت به مبدأ مختصات، نقطهٔ $A'(۳،-۵)$ می‌باشد.

۶ـ آ) اگر دو ریشهٔ معادله، قرینهٔ یکدیگر باشند، آن‌گاه جمع آن‌ها برابر صفر است و می‌دانیم جمع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ است:

$$\text{ریشه‌ها}: \alpha،\beta=-\alpha \Rightarrow \alpha+\beta=\alpha-\alpha=۰ \Rightarrow -\frac{b}{a}=۰ \Rightarrow b=۰$$
$$\Rightarrow ۲m+۱=۰ \Rightarrow ۲m=-۱ \Rightarrow m=-\frac{۱}{۲}$$

ب) اگر یکی از ریشه‌های معادله α باشد، آن‌گاه ریشهٔ دیگر معادله $\beta=\frac{۱}{\alpha}$ است. داریم:

$$\alpha\beta=\alpha\times\frac{۱}{\alpha}=۱ \Rightarrow \frac{c}{a}=۱ \Rightarrow c=a \Rightarrow ۲=m$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پ) اگر α یکی از ریشه‌های معادله باشد، آن‌گاه ریشهٔ دیگر معادله $\beta = ۲\alpha + ۱$ می‌باشد. داریم:

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{۲m+۱}{۲} \\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{m}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\beta=۲\alpha+۱} \begin{cases} \alpha+(۲\alpha+۱)=\frac{۲m+۱}{۲} \\ \alpha(۲\alpha+۱)=\frac{m}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳\alpha=\frac{۲m+۱}{۲}-۱=\frac{۲m-۱}{۲} \Rightarrow \alpha=\frac{۲m-۱}{۶} \quad (۱) \\ ۲\alpha^{۲}+\alpha=\frac{m}{۲} \quad (۲) \end{cases}$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow ۲\left(\frac{۲m-۱}{۶}\right)^{۲}+\frac{۲m-۱}{۶}=\frac{m}{۲}$$

$$\Rightarrow \cancel{۲} \times \frac{(۲m-۱)^{۲}}{\cancel{۳۶}_{۱۸}}+\frac{۲m-۱}{۶}=\frac{m}{۲}$$

$$\xrightarrow{\times ۱۸} (۲m-۱)^{۲}+۳(۲m-۱)=۹m$$

$$\Rightarrow ۴m^{۲}-۴m+۱+۶m-۳=۹m$$

$$\Rightarrow ۴m^{۲}-۷m-۲=۰ \;,\; \Delta=۴۹-۴(۴)(-۲)=۸۱$$

$$m=\frac{۷+\sqrt{۸۱}}{۲(۴)}=\frac{۷+۹}{۸}=۲ \;,\; m=\frac{۷-\sqrt{۸۱}}{۸}=\frac{۷-۹}{۸}=-\frac{۱}{۴}$$

۷-

$$f(x)=ax^{۲}+bx+c$$

$$\begin{cases} f(۲)=۰ \\ f(-۱)=۰ \\ f(۰)=۴ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۴a+۲b+c=۰ \\ a-b+c=۰ \\ \boxed{c=۴} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۴a+۲b=-۴ \\ a-b=-۴ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۲a+\cancel{b}=-۲ \\ a-\cancel{b}=-۴ \end{cases} +$$

$$۳a=-۶ \rightarrow \boxed{a=-۲} \;,\; \boxed{b=۲}$$

$$\rightarrow \boxed{y=f(x)=-۲x^{۲}+۲x+۴}$$

۸-

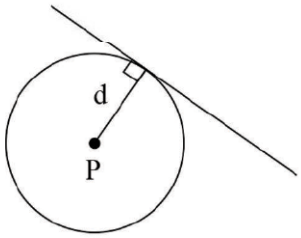
$$\begin{cases} P(۰)=۱ \\ \frac{-b}{۲a}=۲ \\ P(۲)=-۱ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boxed{c=۱} \\ -b=۴a \\ ۴a+۲b+c=-۱ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -۴a-b=۰ \\ ۴a+۲b=-۲ \end{cases}$$

$$\boxed{b=-۲}\ ,\ \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$$

$$\rightarrow \boxed{P(x)=\frac{۱}{۲}x^{۲}-۲x+۱}$$

۹-

خط مماس بر دایره بر شعاع گذرنده از نقطه مماس عمود است. بنابراین فاصله‌ی مرکز دایره از خط مماس بر دایره همان شعاع دایره است.



$$d=\frac{|ax_{۰}+by_{۰}+c|}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}}=\frac{|۶(۱/۵)-۸(-۲)+۵|}{\sqrt{۶^{۲}+(-۸)^{۲}}}=\frac{|۹+۱۶+۵|}{\sqrt{۳۶+۶۴}}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳\rightarrow \boxed{R=۳}$$

۱۰-

برای قسمت‌های (آ) و (ب)، مختصات M وسط پاره‌خط BC را به‌دست می‌آوریم:

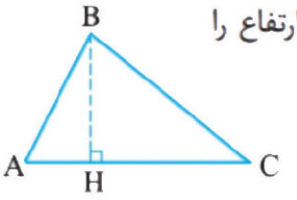
$$M=(\frac{-۲+۴}{۲},\frac{-۲+۲}{۲})=(۱,۰)$$

آ) (معادلهٔ میانهٔ AM) $M(۱,۰)\ ,\ A(۱,۴)\xrightarrow{x_A=x_M} x=۱$

ب) $AM=\sqrt{(x_M-x_A)^{۲}+(y_M-y_A)^{۲}}=\sqrt{(۱-۱)^{۲}+(۰-۴)^{۲}}=۴$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پ) برای نوشتن معادلهٔ ارتفاع BH، شیب ارتفاع را به‌دست می‌آوریم:



$$m_{BH} = \frac{-1}{m_{AC}} \,,\; m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{2-4}{4-1} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow m_{BH} = \frac{-1}{m_{AC}} = \frac{3}{2} \,,\; B(-2,-2) \Rightarrow y+2 = \frac{3}{2}(x+2)$$

$$\Rightarrow 2y - 3x - 2 = 0$$

ت) معادلهٔ دو خط را در یک دستگاه قرار می‌دهیم و با حل دستگاه محل تلاقی دو خط را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2y - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2y - 3(1) - 2 = 0 \Rightarrow 2y = 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{نقطهٔ تلاقی} = (1, \frac{5}{2})$$

ث) مساحت مثلث ABC برابر است با: $S = \frac{1}{2} BH \times AC$

AC فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و C است. داریم:

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4-1)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

BH، فاصلهٔ نقطهٔ B تا خط AC است. ابتدا معادلهٔ خط AC را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-4}{4-1} = -\frac{2}{3} \,,\; A(1,4)$$

$$\text{معادلهٔ خط } AC: y - 4 = -\frac{2}{3}(x-1) \xrightarrow{\times 3} 3y - 12 = -2(x-1)$$

$$\Rightarrow 3y + 2x - 14 = 0$$

فاصلهٔ نقطهٔ $B(-2,-2)$ از خط به معادلهٔ $2x + 3y - 14 = 0$ برابر است با:

$$BH = \frac{|2(-2) + 3(-2) - 14|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{24}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} \times \frac{24}{\sqrt{13}} \times \sqrt{13} = 12$$

۱۰-

آ)
$$x^۲-۳x-۵=۰\Rightarrow a=۱,\ b=-۳,\ c=-۵\Rightarrow\begin{cases}S=-\frac{b}{a}=۳\\ P=\frac{c}{a}=-۵\end{cases}$$

$$\frac{۱}{\alpha+۱}+\frac{۱}{\beta+۱}=\frac{(\beta+۱)+(\alpha+۱)}{(\alpha+۱)(\beta+۱)}=\frac{\alpha+\beta+۲}{\alpha\beta+\alpha+\beta+۱}$$

$$=\frac{S+۲}{P+S+۱}=\frac{۳+۲}{-۵+۳+۱}=\frac{۵}{-۱}=-۵$$

ب)
$$\alpha^۳\beta+\alpha\beta^۳=\alpha\beta(\alpha^۲+\beta^۲)=P((\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta)=P(S^۲-۲P)$$

$$=-۵(۳^۲-۲(-۵))=-۵\times۱۹=-۹۵$$

پ)
$$\alpha^۳+\beta^۳=(\alpha+\beta)^۳-۳\alpha\beta(\alpha+\beta)=S^۳-۳pS$$

$$\alpha^۳+\beta^۳=۳^۳-۳(-۵)(۳)=۲۷+۴۵=۷۲$$

۱۱-

در معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$، اگر $\Delta>۰$ و $P>۰$ و $S>۰$، آن‌گاه معادله دارای دو ریشهٔ حقیقی مثبت می‌باشد:

$$\Delta=b^۲-۴ac=(-(۴m+۲))^۲-۴(۳)(۱۲)$$

$$=(۴m+۲)^۲-۱۲^۲>۰\Rightarrow(۴m+۲)^۲>۱۲^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}|۴m+۲|>۱۲\Rightarrow\begin{cases}۴m+۲>۱۲\\ \\ ۴m+۲<-۱۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۴m>۱۰\\ \text{یا}\\ ۴m<-۱۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۲}\\ \\ m<-\frac{۱۴}{۴}=-\frac{۷}{۲}\end{cases}\quad(۱)$$

$$P=\frac{c}{a}=\frac{۱۲}{۳}=۴>۰$$

$$S=-\frac{b}{a}=-\frac{-(۴m+۲)}{۳}=\frac{۴m+۲}{۳}>۰$$

$$\Rightarrow۴m+۲>۰\Rightarrow۴m>-۲\Rightarrow m>-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow m>\frac{۵}{۲}$$

۱۲-

اگر $\Delta > ۰$، $S < ۰$ و $P > ۰$، آن‌گاه معادله دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی است:

$$\Delta = (-۲(m+۱))^۲ - ۴(m-۲)(۱۲) = ۴(m+۱)^۲ - ۴۸(m-۲)$$

$$= ۴((m+۱)^۲ - ۱۲(m-۲)) = ۴(m^۲ + ۲m + ۱ - ۱۲m + ۲۴)$$

$$= ۴(m^۲ - ۱۰m + ۲۵) = ۴(m-۵)^۲ > ۰ \Rightarrow m \neq ۵$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{-۲(m+۱)}{m-۲} = \frac{۲(m+۱)}{m-۲} < ۰ \xrightarrow{۲>۰} \frac{m+۱}{m-۲} < ۰$$

برای حل نامعادلهٔ $\frac{m+۱}{m-۲} < ۰$، عبارت $S = \frac{m+۱}{m-۲}$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$m+۱ = ۰ \Rightarrow m = -۱ \,،\; m-۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

m		-۱		۲	
$m+۱$	$-$	۰	$+$		$+$
$m-۲$	$-$		$-$	۰	$+$
S	$+$	۰	$-$	تعریف نشده	$+$

$$S < ۰ \Rightarrow -۱ < m < ۲ \qquad (۱)$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{۱۲}{m-۲} > ۰ \Rightarrow m-۲ > ۰ \Rightarrow m > ۲ \qquad (۲)$$

$$(۱)،(۲) \Rightarrow m \in \varnothing$$

بنابراین به ازای هیچ مقداری از m، معادله دو ریشهٔ حقیقی منفی ندارد.

۱۳-

مطابق شکل زیر و با توجه به این که محیط دایره به شعاع R برابر $۲\pi R$ می‌باشد، داریم:

$$\text{محیط استادیوم} = ۲(\text{محیط نیم‌دایره به شعاع } x) + ۲y$$

$$= ۲\left(\frac{۱}{۲}(۲\pi x)\right) + ۲y = ۲\pi x + ۲y \xrightarrow{\pi=۳} ۶x + ۲y = ۲۱۰۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} ۳x + y = ۱۰۵۰ \Rightarrow y = ۱۰۵۰ - ۳x$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

آ) $S = ۲xy \overset{(*)}{=\!=} ۲x(۱۰۵۰-۳x) = -۶x^۲ + ۲۱۰۰x$ (مساحت مستطیل)

S یک سهمی رو به پایین است و این سهمی به‌ازای $x = -\frac{b}{۲a}$ دارای بیش‌ترین مقدار است:

$$x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۲۱۰۰}{۲(-۶)} = ۱۷۵ \xrightarrow{(*)} y = ۱۰۵۰ - ۳(۱۷۵) = ۵۲۵$$

ب) مساحت مستطیل + (مساحت نیم‌دایره) $S = ۲$ (مساحت استادیوم)

$$= ۲\left(\frac{۱}{۲}\pi x^۲\right) + ۲xy = \pi x^۲ + ۲xy \overset{\pi=۳}{\underset{(*)}{=\!=}} ۳x^۲ + ۲x(۱۰۵۰ - ۳x)$$

$$= -۳x^۲ + ۲۱۰۰x$$

بیش‌ترین مقدار S به‌ازای $x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۲۱۰۰}{۲(-۳)} = ۳۵۰$ به‌دست می‌آید.

در این‌صورت:

$$y = ۱۰۵۰ - ۳x = ۱۰۵۰ - ۳(۳۵۰) = ۰$$

بیش‌ترین مساحت وقتی است که استادیوم به شکل یک دایره باشد.

۱۴– $x = ۱$ جواب معادله است و در نتیجه در معادله صدق می‌کند. با قرار دادن عدد یک به جای x و حل معادله، مقدار k را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{x-۲} + \frac{۸}{k} = \frac{۳x}{x+۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۱}{۱-۲} + \frac{۸}{k} = \frac{۳(۱)}{۱+۲}$$

$$\Rightarrow -۱ + \frac{۸}{k} = ۱ \Rightarrow \frac{۸}{k} = ۲ \Rightarrow ۲k = ۸ \Rightarrow k = ۴$$

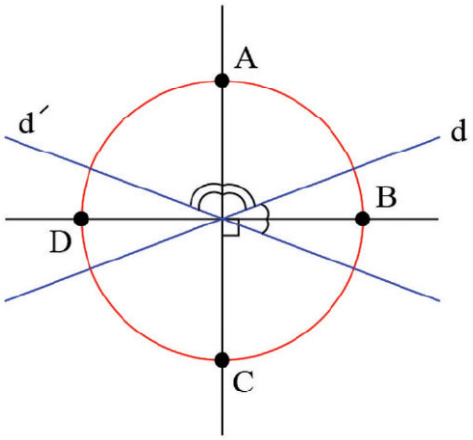
۱۵– $t = -۳$ جواب معادله است و در آن صدق می‌کند:

$$\frac{۴-t}{۲-۲t} = \frac{۳t^۲ + k}{(t^۲+۱)^۲ - ۶۸} \xrightarrow{t=-۳} \frac{۷}{۸} = \frac{۲۷+k}{۱۰۰-۶۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۷}{۸} = \frac{۲۷+k}{۳۲} \Rightarrow ۲۷ + k = ۲۸ \Rightarrow k = ۱$$

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۲

۱— ابتدا نیمساز هر دو زاویه‌ای که دو خط باهم می‌سازند را رسم می‌کنیم، سپس به مرکز O و به شعاع $۵cm$ یک دایره رسم می‌کنیم محل برخورد دایره با دو نیمساز جواب مسأله است. ۴ نقطهٔ A، B، C و D از دو خط به یک فاصله‌اند و از O به فاصلهٔ $۵cm$ هستند.



۲—

$$\overset{\Delta}{ABD} : ME \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AB} = \frac{MD}{AD} \rightarrow \frac{ME}{۵} = \frac{۲}{۵} \rightarrow \boxed{ME = ۲}$$

$$\overset{\Delta}{ADC} : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{AM}{AD} \rightarrow \frac{MF}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \rightarrow \boxed{MF = ۶}$$

$$ME + EF = MF \rightarrow ۲ + EF = ۶ \rightarrow \boxed{EF = ۴}$$

۳—

$$\frac{۴a + ۵}{۵ + ۶a} = \frac{۴b + ۸}{۸ + ۶b} \rightarrow (۴a + ۵)(۸ + ۶b) = (۴b + ۸)(۵ + ۶a)$$

$$\rightarrow ۳۲a + \cancel{۲۴ab} + \cancel{۴۰} + ۳۰b = ۲۰b + \cancel{۲۴ab} + \cancel{۴۰} + ۴۸a$$

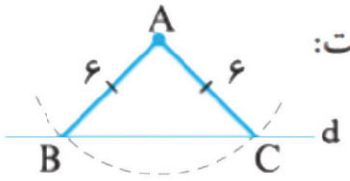
$$\rightarrow ۳۰b - ۲۰b = ۴۸a - ۳۲a \rightarrow ۱۰b = ۱۶a \rightarrow ۵b = ۸a \rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = \frac{۸}{۵}}$$

۴–

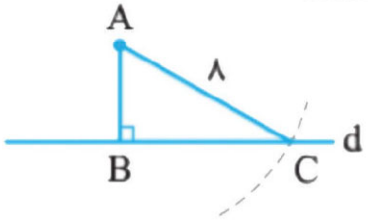
$$\left.\begin{matrix}\widehat{H'}=\widehat{H}=۹۰^\circ\\ \widehat{A}=\widehat{A}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABH'}\sim\overset{\Delta}{AEH}\Rightarrow\frac{AB}{AE}=\frac{BH'}{EH}=\frac{AH'}{AH}$$

$$\rightarrow\frac{AB}{AD+DE}=\frac{BH'}{EH}\rightarrow\frac{۶}{۸+۴}=\frac{x}{y}\rightarrow\boxed{\frac{x}{y}=\frac{۱}{۲}}$$

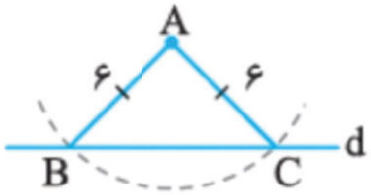
۵– آ) به مرکز A و شعاع ۶ (عددی بزرگ‌تر از ۵)، دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند. A را به B و C وصل می‌کنیم. مثلث ABC جواب است:



ب) از نقطهٔ A خارج خط d، عمود AB را رسم می‌کنیم. به مرکز A و شعاع ۸ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطهٔ C قطع کند. مثلث ABC جواب مسئله است:



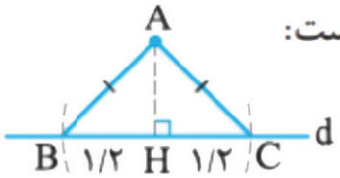
پ) به مرکز A و شعاع ۶ دایره‌ای رسم می‌کنیم. این دایره، خط d را در نقاط B و C قطع می‌کند. مثلث ABC جواب مسئله است:



ت) ارتفاع مثلث (فاصلهٔ رأس A تا خط d) برابر ۵ سانتی‌متر و مساحت آن برابر ۶ سانتی‌متر مربع است، پس طول قاعدهٔ آن برابر است با:

$$S=\frac{۱}{۲}h\times BC\Rightarrow ۶=\frac{۱}{۲}\times ۵\times BC\Rightarrow BC=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

پس باید مثلثی متساوی‌الساقین به ارتفاع ۵ و قاعدهٔ ۲/۴ رسم کنیم. برای این کار، ابتدا از نقطهٔ A، عمود AH را بر خط d رسم می‌کنیم. به مرکز H و شعاع ۱/۲ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط d را در B و C قطع کند. مثلث ABC جواب مسئله است:



۶– آ) اگر ABC یک مثلث و نقاط D و E به ترتیب روی اضلاع AB و AC باشند، آن‌گاه

$$DE\parallel BC\Leftrightarrow\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

ب) مثلث متساوی‌الساقین است اگر و تنها اگر ارتفاع و میانهٔ وارد بر یک ضلع بر هم منطبق باشند.

پ) دو مثلث متشابه‌اند اگر و تنها اگر اضلاع متناظر دو مثلث متناسب باشند.

ت) نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد اگر و تنها اگر فاصلهٔ M از دو نقطهٔ A و B برابر باشد.

ث) نقطهٔ A روی نیمساز زاویهٔ xOy قرار دارد اگر و تنها اگر فاصلهٔ نقطهٔ A تا دو پاره‌خط Ox و Oy برابر باشد.

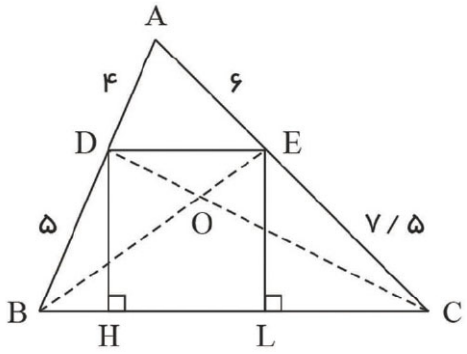
7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۷-

$$\frac{a}{۲}=\frac{b}{۳}=\frac{c}{۴}=k\rightarrow a=۲k\ ,\ b=۳k,\ c=۴k$$

$$\rightarrow \frac{۳a+۲b+۶c}{۶a+b+۳c}=\frac{۳(۲k)+۲(۳k)+۶(۴k)}{۶(۲k)+۳k+۳(۴k)}=\frac{۶k+۶k+۲۴k}{۱۲k+۳k+۱۲k}=\frac{۳۶k}{۲۷k}=\frac{۳۶}{۲۷}=\frac{۴}{۳}$$

۸-



$$\left.\begin{array}{l}\frac{AD}{DB}=\frac{۴}{۵}\\ \frac{AE}{EC}=\frac{۶}{۷/۵}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}\xrightarrow{\text{عکس تالس}} DE\parallel BC$$

$$DE\parallel BC\Rightarrow DH=DL\Rightarrow S_{\Delta}=S_{\Delta}$$

$$\rightarrow S_{\Delta_{BDO}}+\cancel{S_{\Delta_{OBC}}}=S_{\Delta_{ECO}}+\cancel{S_{\Delta_{OBC}}}\rightarrow S_{\Delta_{OBD}}=S_{\Delta_{OCE}}\rightarrow \boxed{\frac{S_{\Delta_{OBD}}}{S_{\Delta_{OCE}}}=۱}$$

۹-

$$MN||AB\Rightarrow \frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}\Rightarrow \frac{x}{۳x-۱}=\frac{x+۳}{۵x+۱}$$

$$x(۵x+۱)=(x+۳)(۳x-۱)\Rightarrow ۵x^{۲}+x=۳x^{۲}-x+۹x-۳$$

$$\Rightarrow ۲x^{۲}-۷x+۳=۰\ ,\ \Delta=۴۹-۲۴=۲۵$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{۷+۵}{۴}=۳ & \checkmark\\ x=\frac{۷-۵}{۴}=\frac{۱}{۲} & \checkmark\end{cases}$$

۱۰ــ چون دو مثلث OAB و OCD متشابه‌اند و ABHCD ، پس باید داشته باشیم: $\hat{A}=\hat{D}$ ، $\hat{B}=\hat{C}$

(اگر $\hat{A}=\hat{C}$ و $\hat{B}=\hat{D}$ ، آن‌گاه بنابر قضیهٔ خطوط موازی و مورب، AB موازی CD می‌شود.)

تناسب بین اضلاع دو مثلث به‌صورت زیر است:

$$\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}\Rightarrow\frac{x+3}{3x}=\frac{8}{2x+6}\Rightarrow(2x+6)(x+3)=8(3x)$$

$$\Rightarrow 2x^2+6x+6x+18=24x\Rightarrow 2x^2-12x+18=0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2-6x+9=0\Rightarrow(x-3)^2=0\Rightarrow x-3=0\Rightarrow x=3$$

آ) نسبت مساحت‌های دو مثلث با مربع نسبت تشابه برابر است:

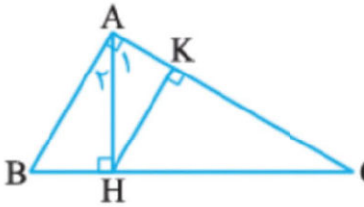
$$\frac{S_{OAB}}{S_{OCD}}=\left(\frac{OA}{OD}\right)^2=\left(\frac{x+3}{3x}\right)^2\overset{x=3}{=\!=}\left(\frac{6}{9}\right)^2=\frac{4}{9}$$

ب)

$$\frac{S_{OAB}}{S_{OCD}}=\frac{4}{9}\ ,S_{OAB}=12\Rightarrow\frac{12}{S_{OCD}}=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{OCD}=\frac{9\times\cancel{12}^{3}}{\cancel{4}}=27$$

۱۱ــ با استفاده از قضیهٔ مجموع زاویه‌های داخلی مثلث داریم:



$$\hat{A}_2+\hat{B}=90^\circ$$

هم‌چنین: $B\hat{A}C=\hat{A}_2+\hat{A}_1=90^\circ$

از دو تساوی اخیر نتیجه می‌شود: $\hat{A}_1=\hat{B}$

ضمناً طبق فرض داریم $\hat{H}=\hat{K}=90^\circ$ ، بنابراین دو مثلث ABH و HAK به حالت برابری دو زاویه متشابه‌اند؛ در نتیجه:

$$\frac{AH}{HK}=\frac{AB}{AH}\Rightarrow AH^2=AB.HK$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۲-

$$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{۴x-۱}{۴x+۱} = \frac{۳x+۳}{۸x+۲}$$

$$\rightarrow (۴x-۱)(۸x+۲) = (۳x+۳)(۴x+۱)$$

$$\rightarrow ۳۲x^۲ + \cancel{۸x} - \cancel{۸x} - ۲ = ۱۲x^۲ + ۳x + ۱۲x + ۳ \rightarrow ۲۰x^۲ - ۱۵x - ۵ = ۰$$

$$\rightarrow ۵(۴x^۲ - ۳x - ۱) = ۰ \rightarrow ۴x^۲ - ۳x - ۱ = ۰ \rightarrow$$

$$(x-۱)(۴x+۱) = ۰ \begin{cases} x-۱ = ۰ \rightarrow \boxed{x = ۱} \\ ۴x+۱ = ۰ \rightarrow x = \frac{-۱}{۴} \end{cases}$$

غیر قابل قبول زیرا $AD < ۰$ و $DB = ۰$ می‌شود.

۱۳-

$$\frac{۵a+۲b}{۵a+۴b} = \frac{۲}{۳} \rightarrow ۳(۵a+۲b) = ۲(۵a+۴b) \rightarrow ۱۵a + ۶b = ۱۰a + ۸b$$

$$\rightarrow ۱۵a - ۱۰a = ۸b - ۶b \rightarrow ۵a = ۲b \rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{۲}{۵}}$$

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۳

۱- $[۱۰+\infty)$

برد تابع، یعنی حدود y .

$$\sqrt{x+۲} \geq ۰ \Rightarrow ۱+\sqrt{x+۲} \geq ۱ \Rightarrow y \geq ۱ \Rightarrow R_y = [۱۰+\infty)$$

$\mathbb{R}$

۲

۲-

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid -x^۲ + ۵x \geq ۰\}$$

برای حل نامعادلهٔ $-x^۲ + ۵x \geq ۰$ ، عبارت $P = -x^۲ + ۵x$ را تعیین علامت می‌کنیم:

x		۰		۵	
P	−	۰	+	۰	−

$$P \geq ۰ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۵ \Rightarrow D_h = [۰۵]$$

$$D_m = \{x \in \mathbb{R} \mid ۲ - \frac{x+۱}{x-۲} \geq ۰\}$$

$$۲ - \frac{x+۱}{x-۲} \geq ۰ \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{۲(x-۲)-(x+۱)}{x-۲}$$

$$= \frac{۲x-۴-x-۱}{x-۲} = \frac{x-۵}{x-۲} \geq ۰$$

عبارت $P = \frac{x-۵}{x-۲}$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x-۵ = ۰ \Rightarrow x = ۵ \ ، \ x-۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

x		۲		۵	
x-۵	−		−	۰	+
x-۲	−	۰	+		+
P	+	تعریف نشده	−	۰	+

$$P \geq ۰ \Rightarrow x < ۲ \quad \text{یا} \quad x \geq ۵ \Rightarrow D_m = (-\infty ، ۲) \cup [۵۰ + \infty)$$

$$[x^۲ - x] = -۲ \Rightarrow -۲ \le x^۲ - x < -۱ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ - x < -۱ \\ x^۲ - x \ge -۲ \end{cases}$$

نامعادلهٔ $x^۲ - x < -۱$ به ازای هیچ مقداری از x جواب ندارد. زیرا:

$$x^۲ - x < -۱ \Rightarrow x^۲ - x + ۱ < ۰$$

معادلهٔ $x^۲ - x + ۱ = ۰$، ریشهٔ حقیقی ندارد و ضریب $x^۲$ عددی مثبت است، پس عبارت $x^۲ - x + ۱$ همواره مثبت است. نامعادلهٔ $x^۲ - x \ge -۲$ را نیز باید حل کنیم. ولی چون مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $x^۲ - x < -۱$، تهی است، بنابراین معادلهٔ $[x^۲ - x] = -۲$ جواب ندارد.

$$\left[\frac{x-۱}{x+۱}\right] = ۱ \Rightarrow ۱ \le \frac{x-۱}{x+۱} < ۱+۱ \Rightarrow ۱ \le \frac{x-۱}{x+۱} < ۲$$

با حل نامعادله‌های $\frac{x-۱}{x+۱} \ge ۱$ و $\frac{x-۱}{x+۱} < ۲$، مجموعه جواب معادلهٔ $\left[\frac{x-۱}{x+۱}\right] = ۱$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{x-۱}{x+۱} \ge ۱ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱} - ۱ \ge ۰ \Rightarrow \frac{x-۱-(x+۱)}{x+۱} = \frac{-۲}{x+۱} \ge ۰$$

چون -۲ عددی منفی است، باید $x+۱$ نیز عددی منفی باشد تا کسر $\frac{-۲}{x+۱}$ عددی مثبت شود:

$$x + ۱ < ۰ \Rightarrow x < -۱ \qquad (۱)$$

$$\frac{x-۱}{x+۱} < ۲ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱} - ۲ < ۰ \Rightarrow \frac{(x-۱)-۲(x+۱)}{x+۱} = \frac{-x-۳}{x+۱} < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -۳ \text{ یا } x > -۱ \qquad (۲)$$

$$(۱) \cap (۲) \Rightarrow x < -۳ \Rightarrow x \in (-\infty, -۳)$$

۳-

$$[x + ۲] = ۵ \to [x] + ۲ = ۵ \to [x] = ۳ \to \boxed{۳ \le x < ۴}$$

$$-۲[x - ۱] = ۶ \to [x - ۱] = -\frac{۶}{۲} \to [x] - ۱ = -۳ \to [x] = -۲ \to \boxed{-۲ \le x < -۱}$$

$$[۲x - ۳] = ۱ \to [۲x] - ۳ = ۱ \to [۲x] = ۴ \to ۴ \le ۲x < ۵ \to \boxed{۲ \le x < \frac{۵}{۲}}$$

۴-

الف) $f(x)=\sqrt{x-۲}+\sqrt{۱۰-۲x}$

$$\begin{array}{l} x-۲\geq ۰ \quad \rightarrow x\geq ۲ \\ , \\ ۱۰-۲x\geq ۰ \rightarrow ۱۰\geq ۲x \rightarrow ۵\geq x \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow x\geq ۲ \\ , \\ \rightarrow x\geq ۲ \end{array} \xrightarrow{\text{اشتراک جواب‌ها}} ۲\leq x\leq ۵ \Rightarrow D_f=[۲,۵]$$

ب) $g(x)=\dfrac{\sqrt{۹-x}}{\sqrt{x-۱}}$

$$\begin{array}{l} ۹-x\geq ۰ \rightarrow ۹\geq x \\ , \\ x-۱>۰ \rightarrow x>۱ \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ , \\ \end{array} \xrightarrow{\text{اشتراک جواب‌ها}} ۱<x\leq ۹ \rightarrow D_g=(۱,۹]$$

پ) $h(x)=\dfrac{\sqrt{۳x-۶}}{\sqrt{۲x-۶}}$

$$\begin{array}{l} ۳x-۶\geq ۰ \rightarrow ۳x\geq ۶ \rightarrow x\geq ۲ \\ , \\ ۲x-۶>۰ \rightarrow ۲x>۶ \rightarrow x>۳ \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ , \\ \end{array} \xrightarrow{\text{اشتراک جواب‌ها}} x>۳ \rightarrow D_h=(۳,+\infty)$$

ت) $k(x)=\sqrt{\dfrac{۲x-۱۶}{۲-x}}$

$$\rightarrow \frac{۲x-۱۶}{۲-x}\geq ۰ \rightarrow \begin{array}{l} ۲x-۱۶=۰ \rightarrow x=۸ \\ ۲-x=۰ \rightarrow x=۲ \end{array} \rightarrow$$

x	$-\infty$	۲		۸	$+\infty$
۲x−۱۶	−		−	۰	+
۲− x	+	۰	−		−
P	−	ت ن ج	+	ج	−

$$۲<x\leq ۸ \rightarrow D_k=(۲,۸]$$

ث) $y=\sqrt{۴-\sqrt{۱-۲x}}$

$$\begin{cases} ۱-۲x\geq ۰ \rightarrow ۱\geq ۲x \rightarrow x\leq \frac{۱}{۲} \\ ۴-\sqrt{۱-۲x}\geq ۰ \rightarrow ۴\geq \sqrt{۱-۲x} \xrightarrow{\text{توان } ۲} ۱۶\geq ۱-۲x \rightarrow ۲x\geq -۱۵ \rightarrow x\geq -\frac{۱۵}{۲} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک جواب‌ها}} -\frac{۱۵}{۲}\leq x\leq \frac{۱}{۲} \rightarrow D_y=\left[-\frac{۱۵}{۲},\frac{۱}{۲}\right]$$

ج) $f(x)=\sqrt{\frac{۱-|x|}{۱+|x|}} \rightarrow \frac{۱-|x|}{۱+|x|}\geq ۰ \xrightarrow{۱+|x|>۰} ۱-|x|\geq ۰ \rightarrow ۱\geq |x|$

$$\rightarrow -۱\leq x\leq ۱ \rightarrow D_f=[-۱,۱]$$

۶-

$f(۰)=۰-۱=-۱ \rightarrow \boxed{x=-۱}$

$f(-۱)=-۱-۱ \rightarrow f(-۱)=-۲ \quad , \quad g(-۱)=-۱$

$\rightarrow (f+۲g)(-۱)=f(-۱)+۲g(-۱)=-۲+۲(-۱) \rightarrow \boxed{(f+۲g)(-۱)=-۴}$

۷-

$$f(x)=\frac{۱-۲x}{۵} \rightarrow y=\frac{۱-۲x}{۵} \rightarrow ۵y=۱-۲x \rightarrow ۲x=۱-۵y$$

$$\rightarrow x=\frac{۱-۵y}{۲} \rightarrow f^{-۱}(y)=\frac{۱}{۲}-\frac{۵}{۲}y \rightarrow \boxed{f^{-۱}(x)=-\frac{۵}{۲}x+\frac{۱}{۲}}$$

$$g(x)=-۳x+۱ \rightarrow y=-۳x+۱ \rightarrow ۳x=۱-y \rightarrow x=\frac{۱-y}{۳}$$

$$\rightarrow g^{-۱}(y)=\frac{۱}{۳}-\frac{y}{۳} \rightarrow \boxed{g^{-۱}(x)=-\frac{x}{۳}+\frac{۱}{۳}}$$

$$۳y + ۴x + ۱۲ = ۰ \rightarrow ۴x = -۳y - ۱۲ \rightarrow x = \frac{-۳y - ۱۲}{۴} \rightarrow x = -\frac{۳y}{۴} - ۳$$

$$\rightarrow \boxed{y^{-۱} = -\frac{۳x}{۴} - ۳}$$

۸–

$$y = \sqrt{x} - ۲ \quad , \quad y = -۳ + \sqrt{x - ۴} \quad , \quad y = \sqrt{x + ۱} + ۳$$

x	۰	۱	۴
y	-۲	-۱	۰

,

x	۴	۵	۸
y	-۳	-۲	-۱

,

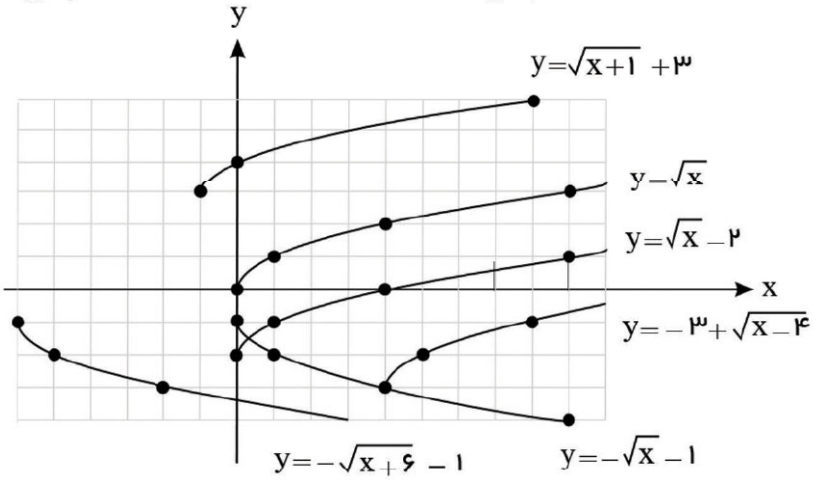
x	-۱	۰	۳
y	۳	۴	۵

$$y = -\sqrt{x} - ۱$$

x	۰	۱	۴
y	-۱	-۲	-۳

$$y = -\sqrt{x + ۶} - ۱$$

x	-۶	-۵	-۲
y	-۱	-۲	-۳



۹–

$$y = \frac{۲x + ۱}{x - ۳} \Rightarrow y(x - ۳) = ۲x + ۱ \Rightarrow yx - ۳y = ۲x + ۱$$

$$\Rightarrow yx - ۲x = ۳y + ۱ \Rightarrow x(y - ۲) = ۳y + ۱ \Rightarrow x = \frac{۳y + ۱}{y - ۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۳x + ۱}{x - ۲}$$

$$y = x^{۲} + ۱ , \; x \geq ۰ \Rightarrow x^{۲} = y - ۱ \Rightarrow x = \pm\sqrt{y - ۱}$$

چون $x \geq ۰$ می‌باشد، پس تساوی $x = \sqrt{y - ۱}$ قابل قبول است و داریم:

$$x = \sqrt{y - ۱} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x - ۱} \; , \; x \geq ۱$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

وارون هر ضابطهٔ داده‌شده را به‌دست می‌آوریم (در هر قسمت باید برد تابع را نیز به‌دست آوریم):

$y = 2x + 1,\ x \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow 2x + 1 \geq 3$

$\Rightarrow y \geq 3 \Rightarrow R_f = [3, +\infty)$

ضابطهٔ وارون: $2x = y - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(y - 1)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 1)\ ,\ x \geq 3$ (۱)

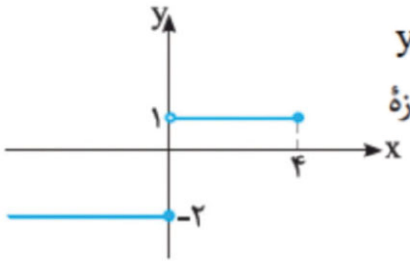
$y = -x^2, x < 0 \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 < 0 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow R_f = (-\infty, 0)$

ضابطهٔ وارون: $x^2 = -y \Rightarrow x = \pm\sqrt{-y} \xrightarrow[\text{منفی است}]{\text{چون } x \text{ عددی}} x = -\sqrt{-y}$

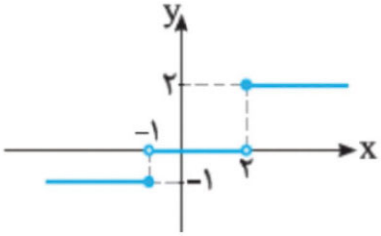
$\Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{-x}\ , x < 0$ (۲)

$(1), (2) \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x - 1) & x \geq 3 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$

۱۰-



نمودار f شامل پاره‌خط $y = 1$ در بازهٔ $[0, 4)$ و نیم‌خط $y = -2$ در بازهٔ $(-\infty, 0]$ است:



نمودار تابع g شامل نیم‌خط $y = 2$ در بازهٔ $[2, +\infty)$، پاره‌خط $y = 0$ در بازهٔ $(-1, 2)$ و نیم‌خط $y = -1$ در بازهٔ $(-\infty, -1]$ است:

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۱– اگر $[x]=n$ و n یک عدد صحیح باشد، آن‌گاه $n \le x < n+1$

$$[x]=۳ \Rightarrow ۳ \le x < ۳+۱ \Rightarrow x \in [۳,۴)$$

$$\left[\frac{x+۱}{۲}\right]=-۱ \Rightarrow -۱ \le \frac{x+۱}{۲} < -۱+۱ \Rightarrow -۱ \le \frac{x+۱}{۲} < ۰$$

$$\xrightarrow{\times ۲} -۲ \le x+۱ < ۰ \xrightarrow{-۱} -۳ \le x < -۱ \Rightarrow x \in [-۳,-۱)$$

$$[۲x-۱]=۵ \Rightarrow ۵ \le ۲x-۱ < ۵+۱ \xrightarrow{+۱} ۶ \le ۲x < ۷$$

$$\xrightarrow{\div ۲} ۳ \le x < \frac{۷}{۲} \Rightarrow x \in [۳,\frac{۷}{۲})$$

$$۲[x]+۵=۰ \Rightarrow [x]=-\frac{۵}{۲}$$

چون $-\frac{۵}{۲}$ عدد صحیح نیست، پس معادلهٔ $[x]=-\frac{۵}{۲}$ جواب ندارد.

۱۲– قرینهٔ نقطهٔ (a,b) نسبت به خط $y=x$ ، نقطهٔ (b,a) است.

قرینهٔ نقطهٔ $(۳,۴)$ نسبت به خط $y=x$ ، نقطهٔ $(۴,۳)$ است.

۱۳– قرینهٔ نقطهٔ $(a-۱,b+۳)$ نسبت به خط $y=x$، نقطهٔ $(b+۳,a-۱)$ است. از طرفی طبق فرض، نقطهٔ $(a-۱,۲b+۵)$ قرینهٔ نقطهٔ $(a-۱,b+۳)$ نسبت به خط $y=x$ می‌باشد، پس باید داشته باشیم:

$$(b+۳,a-۱)=(a-۱,۲b+۵) \Rightarrow \begin{cases} b+۳=a-۱ \\ a-۱=۲b+۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a=-۴ \\ a-۲b=۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow -b=۲ \Rightarrow b=-۲ \xrightarrow{b-a=-۴} -۲-a=-۴ \Rightarrow a=۲$$

۱۴– ابتدا دامنهٔ توابع f و g را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt{x+۲}\,,\ x+۲\geq ۰\Rightarrow x\geq -۲\Rightarrow D_f=[-۲,+\infty)$$

$$g(x)=\frac{۲}{x-۳}\,,\ x-۳=۰\Rightarrow x=۳\Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{۳\}$$

$$\Rightarrow D_f\cap D_g=[-۲,+\infty)-\{۳\}$$

$$D_{\frac{g}{f}}=D_g\cap D_f-\{x\in\mathbb{R}\mid f(x)=۰\}$$

$$f(x)=۰\Rightarrow\sqrt{x+۲}=۰\Rightarrow x+۲=۰\Rightarrow x=-۲$$

$$\Rightarrow D_{\frac{g}{f}}=([-۲,+\infty)-\{۳\})-\{-۲\}=(-۲,+\infty)-\{۳\}$$

$$(\frac{g}{f})(x)=\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{\frac{۲}{x-۳}}{\sqrt{x+۲}}=\frac{۲}{(x-۳)\sqrt{x+۲}}$$

$$(۳f-۲g)(-۱)=۳f(-۱)-۲g(-۱)$$

$$f(x)=\sqrt{x+۲}\Rightarrow f(-۱)=\sqrt{-۱+۲}=\sqrt{۱}=۱$$

$$g(x)=\frac{۲}{x-۳}\Rightarrow g(-۱)=\frac{۲}{-۱-۳}=\frac{۲}{-۴}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow(۳f-۲g)(-۱)=۳\times۱-۲\times(-\frac{۱}{۲})=۳+۱=۴$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۴

۱-

$$۳\sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)+\cos(\frac{۷\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{۵\pi}{۴}-\alpha)$$

$$=۳\sin(\frac{\pi}{۲}-(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\sin(\pi+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))$$

$$=۳\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)-\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۳\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۳\times ۰/۸=۲/۴$$

۲-

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\sin(۷\pi+\alpha)=\sin(\cancel{۶\pi}+\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha-\frac{۷\pi}{۲})=\cos(\alpha-\frac{۷\pi}{۲}+\frac{۸\pi}{۲})=\cos(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\sin\alpha$$

$$\rightarrow\frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha-\sin\alpha}=\frac{۱}{۶}\rightarrow\frac{-\cos\alpha}{-۲\sin\alpha}=\frac{۱}{۶}\rightarrow\frac{۲\sin\alpha}{\cos\alpha}=۶\rightarrow ۲\tan\alpha=۶\rightarrow\boxed{\tan\alpha=۳}$$

۳-

$$D=\frac{\frac{\pi}{۱۲}}{\pi}\times ۱۸۰^\circ\rightarrow D=\frac{۱۸۰^\circ}{۱۲}\rightarrow D=۱۵^\circ$$

$$\begin{cases}\alpha+\beta=۱۳۵^\circ\\ \alpha-\beta=۱۵^\circ\end{cases}+$$

$$۲\alpha=۱۵۰^\circ\rightarrow\alpha=۷۵^\circ\rightarrow\alpha=\frac{۵\pi}{۱۲}\text{ رادیان}$$

$$\beta=۶۰^\circ\rightarrow\beta=\frac{\pi}{۳}\text{ رادیان}$$

۴-

$$-۱\le\sin(x+\frac{۲\pi}{۳})\le ۱\xrightarrow{\times(-۲)}۲\ge-۲\sin(x+\frac{۲\pi}{۳})\ge-۲\xrightarrow{+۳}$$

$$۵\ge-۲\sin(x+\frac{۲\pi}{۳})+۳\ge ۱\rightarrow ۵\ge y\ge ۱$$

$$\nearrow\ \boxed{y_{max}=۵}$$

$$\searrow\ \boxed{y_{min}=۱}$$

۵–

$$\sin(\frac{-۱۷۹\pi}{۶}) + \cos(\frac{-۱۷۹\pi}{۶}) = -\sin(\frac{۱۷۹\pi}{۶}) + \cos(\frac{۱۷۹\pi}{۶})$$

$$= -\sin(۳۰\pi - \frac{\pi}{۶}) + \cos(۳۰\pi - \frac{\pi}{۶}) = -(-\sin\frac{\pi}{۶}) + \cos\frac{\pi}{۶} = \sin\frac{\pi}{۶} + \cos\frac{\pi}{۶}$$

$$= \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱ + \sqrt{۳}}{۲}$$

۶–

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{۲}{\sin\alpha} \to \sin\alpha = \dfrac{۲}{x} \\ y = ۳\cot\alpha \to \cot\alpha = \dfrac{y}{۳} \end{array}\right\} \to ۱ + \cot^{۲}\alpha = \frac{۱}{\sin^{۲}\alpha} \to ۱ + (\frac{y}{۳})^{۲} = \frac{۱}{(\frac{۲}{x})^{۲}}$$

$$\to ۱ + (\frac{y}{۳})^{۲} = (\frac{x}{۲})^{۲} \to ۱ + \frac{y^{۲}}{۹} = \frac{x^{۲}}{۴} \quad \text{یا} \quad \boxed{\frac{x^{۲}}{۴} - \frac{y^{۲}}{۹} = ۱}$$

۷–

الف) $= -\tan(\frac{\pi}{۳}) - (-\sin(\frac{\pi}{۴}))\cos\frac{\pi}{۳} = -\sqrt{۳} + \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = -\sqrt{۳} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{-۴\sqrt{۳} + \sqrt{۲}}{۴}$

ب) $= (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(-\sqrt{۳}) - (\frac{۱}{۲})(-\sqrt{۳}) = \frac{\sqrt{۶}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۶} + \sqrt{۳}}{۲}$

پ) $= \dfrac{-\tan ۴۵^\circ - ۲\sin ۲۷۰^\circ}{\cos ۳۶۰^\circ + \cot ۴۵^\circ} = \dfrac{-۱ - ۲(-۱)}{۱ + ۱} = \dfrac{۱}{۲}$

ت) $= \dfrac{\sin(\pi - \frac{\pi}{۶}) + ۲\cos(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)}{\tan(\pi - \frac{\pi}{۴}) + \sqrt{۲}\cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)}$

$= \dfrac{\sin\frac{\pi}{۶} - ۲\cos ۶۰^\circ}{-\tan\frac{\pi}{۴} - \sqrt{۲}\cos ۴۵^\circ} = \dfrac{\frac{۱}{۲} - ۲(\frac{۱}{۲})}{-۱ - \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})} = \dfrac{\frac{۱}{۲} - ۱}{-۱ - ۱} = \dfrac{-\frac{۱}{۲}}{-۲} = \dfrac{۱}{۴}$

ث) $= \cos\dfrac{۳\pi}{۱۴} + \cos\dfrac{۵\pi}{۱۴} + \cos\dfrac{۷\pi}{۱۴} + \cos(\pi - \dfrac{۵\pi}{۱۴}) + \cos(\pi - \dfrac{۳\pi}{۱۴}) =$

$= \cancel{\cos\dfrac{۳\pi}{۱۴}} + \cancel{\cos\dfrac{۵\pi}{۱۴}} + \cos\dfrac{۷\pi}{۱۴} - \cancel{\cos\dfrac{۵\pi}{۱۴}} - \cancel{\cos\dfrac{۳\pi}{۱۴}} = \cos\dfrac{۷\pi}{۱۴} = \cos\dfrac{\pi}{۲} = ۰$

ج) $= \dfrac{\sin(\pi + \frac{\pi}{۶}) \times \cot(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) - ۳\cos(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)\tan(\pi + \frac{\pi}{۴})}{(\tan(\pi + \frac{\pi}{۶}))^۲ + (\cos(\pi + \frac{\pi}{۴}))^۲}$

$= \dfrac{-\sin\frac{\pi}{۶} \times \cot ۴۵^\circ - ۳(-\cos ۶۰^\circ) \times \tan\frac{\pi}{۴}}{\tan^۲(\frac{\pi}{۶}) + (-\cos\frac{\pi}{۴})^۲} = \dfrac{-\frac{۱}{۲} \times ۱ - ۳(-\frac{۱}{۲})(۱)}{(\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲ + (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \dfrac{-\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲}}$

$= \dfrac{۱}{\frac{۵}{۶}} = \dfrac{۶}{۵}$

۸–

$$\frac{\sin(\cancel{۴\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) + ۲\cos(\cancel{۴\pi} + \pi - \alpha)}{۲\cos(\cancel{۲\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) - ۳\sin(\cancel{۱۶\pi} + \pi + \alpha)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos\alpha + ۲(-\cos\alpha)}{۲\sin\alpha - ۳(-\sin\alpha)} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow \frac{-۳\cos\alpha}{۵\sin\alpha} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow ۵\sin\alpha = -۳۰\cos\alpha$$

$$\rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-۳۰}{۵} \rightarrow \boxed{\tan\alpha = -۶}$$

۹–

$$\sin(\alpha - ۳\pi) = \sin(\alpha - ۳\pi + ۴\pi) = \sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{۲}) = \cos(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \sin\alpha \quad , \quad \sin(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\rightarrow \frac{-۲\sin\alpha + \sin\alpha}{-\cos\alpha} = ۲ \rightarrow \frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha} = ۲ \rightarrow \boxed{\tan\alpha = ۲}$$

۱۰–

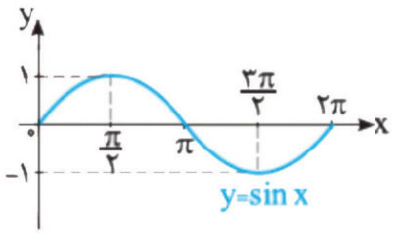
$$\frac{\sin ۱۶۰^\circ - \cos ۲۰۰^\circ}{\cos ۱۱۰^\circ + \sin ۷۰^\circ} = \frac{\sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) - \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ)}{\cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) + \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ)}$$

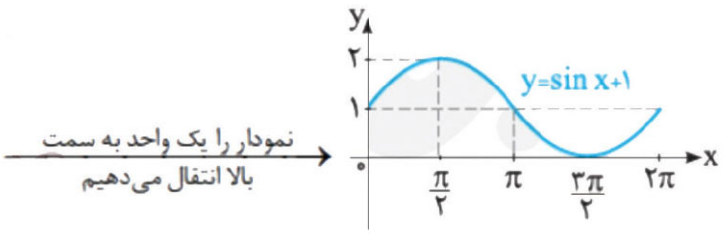
$$= \frac{\sin ۲۰^\circ - (-\cos ۲۰^\circ)}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}{-\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}$$

$$= \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{-\tan ۲۰^\circ + ۱} = \frac{۰/۳۶ + ۱}{-۰/۳۶ + ۱} = \frac{۱/۳۶}{۰/۶۴} = \frac{۱۳۶}{۶۴} = \frac{۱۷}{۸}$$

۱۱–

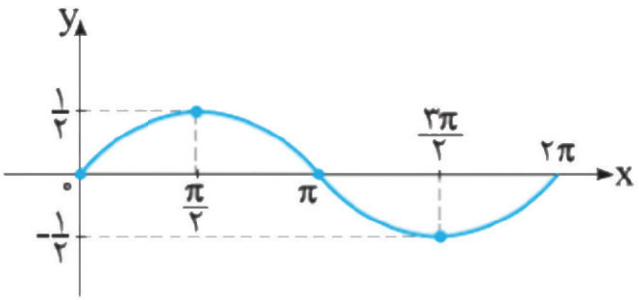
اگر نمودار $y = \sin x$ را یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم،
نمودار $y = \sin x + ۱$ به‌دست می‌آید:





اگر عرض نقاط روی نمودار $y = \sin x$ را نصف کنیم، آن‌گاه نمودار $y = \frac{۱}{۲}\sin x$ به‌دست می‌آید:

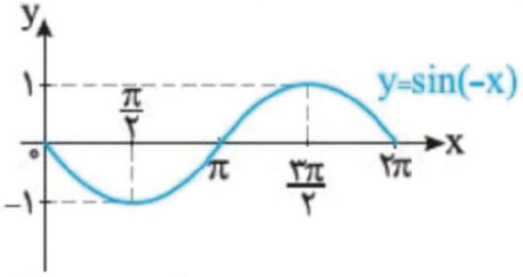
x	۰	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π
$y = \sin x$	۰	۱	۰	-۱	۰
$y = \frac{۱}{۲}\sin x$	۰	$\frac{۱}{۲}$	۰	$\frac{-۱}{۲}$	۰



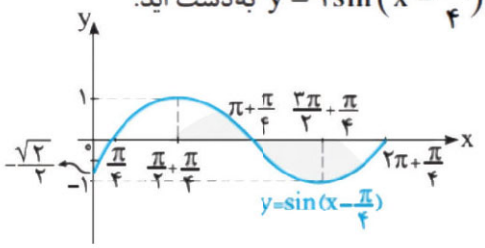
با توجه به این‌که $\sin(-x) = -\sin x$ می‌باشد، داریم:

$$y = \sin(-x) = -\sin x$$

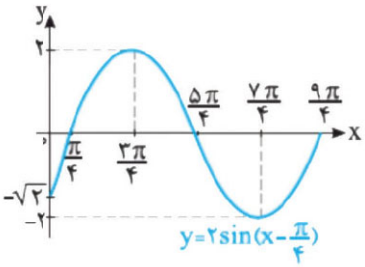
اگر نمودار $y = \sin x$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم، نمودار $y = -\sin x$ به‌دست می‌آید:

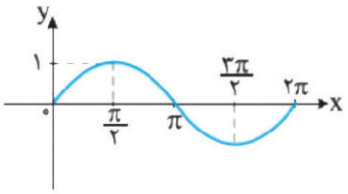


ابتدا با انتقال $\frac{\pi}{4}$ واحد نمودار $y = \sin x$ به سمت راست، نمودار $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ را رسم می‌کنیم. سپس عرض نقاط روی نمودار y را دو برابر می‌کنیم تا نمودار $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ به‌دست آید:

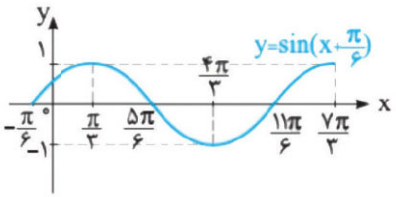


عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم

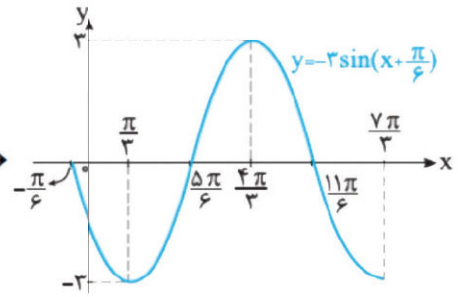




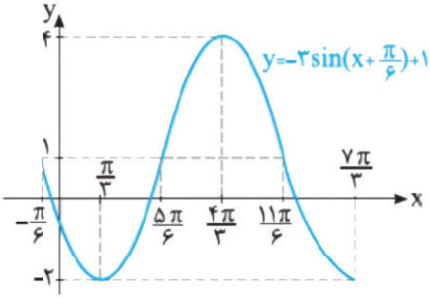
$\frac{\pi}{6}$ انتقال نمودار به اندازهٔ به سمت چپ



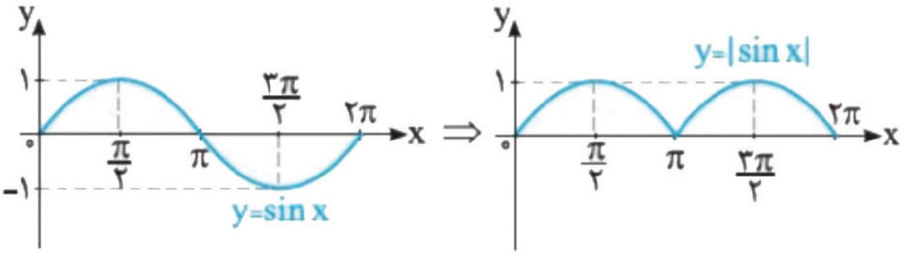
عرض هر یک از نقاط را در ۳- ضرب می‌کنیم.



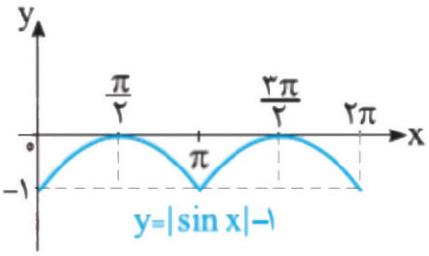
نمودار را یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.



با قرینه کردن قسمت‌هایی از نمودار $y = \sin x$ که در پایین محور x ها قرار دارد، نسبت به محور x ، نمودار $y = |\sin x|$ به‌دست می‌آید:



نمودار $y = |\sin x|$ را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار $y = |\sin x| - ۱$ به‌دست آید:



۱۲ــ بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار $\sin x$ به ترتیب ۱ و ۱- می‌باشند.

با قرار دادن این دو مقدار در ضابطهٔ توابع (آ) و (ب)، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را به‌دست می‌آوریم.

$$\sin x = ۱ \Rightarrow y = ۳(۱) - ۲ = ۱ \quad ، \quad \sin x = -۱ \Rightarrow y = ۳(-۱) - ۲ = -۵$$

پس بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۱ و کم‌ترین مقدار تابع برابر ۵- می‌باشد.

$$\sin x = ۱ \Rightarrow y = -۳(۱) + ۵ = ۲ \quad ، \quad \sin x = -۱ \Rightarrow y = -۳(-۱) + ۵ = ۸$$

پس بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۸ و کم‌ترین مقدار آن برابر ۲ می‌باشد.

با قرار دادن اعداد ۱± به جای $\cos\left(x + \frac{\pi}{۶}\right)$ ، کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار تابع به‌دست می‌آید.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{۶}\right) = ۱ \Rightarrow y = ۴(۱) - ۱ = ۳ = \text{بیش‌ترین مقدار}$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{۶}\right) = -۱ \Rightarrow y = ۴(-۱) - ۱ = -۵ = \text{کم‌ترین مقدار}$$

کم‌ترین مقدار $|\cos x|$ برابر صفر و بیش‌ترین مقدار آن برابر یک می‌باشد، بنابراین:

$$|\cos x| = ۰ \Rightarrow y = ۲ = \text{کم‌ترین مقدار}$$

$$|\cos x| = ۱ \Rightarrow y = ۱ + ۲ = ۳ = \text{بیش‌ترین مقدار}$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۳– با توجه به نمودار، نقطهٔ $(۰,۱)$ روی نمودار قرار دارد:

$$x = ۰ \Rightarrow y = a\sin ۰ + b = b = ۱$$

هم‌چنین تابع در $x = \frac{\pi}{۲}$ دارای کم‌ترین مقدار (-۱) می‌باشد، پس:

$$x = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow y = a\sin\frac{\pi}{۲} + b = a + b = -۱ \xrightarrow{b=۱} a = -۲$$

۱۴– طبق فرض $f(-\frac{\pi}{۶}) = ۲$ و $f(\frac{۵\pi}{۶}) = ۰$ می‌باشد، داریم:

$$\begin{cases} f(-\frac{\pi}{۶}) = a\overset{۱}{\cancel{\cos}}\,۰ + b = a + b = ۲ \\ f(\frac{۵\pi}{۶}) = a\overset{-۱}{\cancel{\cos}}\,\pi + b = -a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow b = ۱ \,,\; a = ۱$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۵

۱-

$$\log_x(x^۲+۴)=\log_x x+\log_x ۵ \to \log_x(x^۲+۴)=\log_x ۵x \to x^۲+۴=۵x$$

$$\to x^۲-۵x+۴=۰ \to (x-۱)(x-۴)=۰ \begin{cases} x-۱=۰ \to x=۱ \\ x-۴=۰ \to \boxed{x=۴} \end{cases} \text{ غ}$$

$$\to \log_۲ x=\log_۲ ۴=\log_۲ ۲^۲=۲\log_۲ ۲=۲ \to \boxed{\log_۲ x=۲}$$

۲-

$$\begin{cases} \log_۳ x+\log_۳ y=۲ \\ x^۲+y^۲=۴۶ \end{cases} \to \begin{cases} \log_۳ xy=۲ \\ x^۲+y^۲=۴۶ \end{cases} \to \begin{cases} xy=۳^۲ \\ x^۲+y^۲=۴۶ \end{cases} \to \begin{cases} xy=۹ \\ x^۲+y^۲=۴۶ \end{cases}$$

$$\to (x+y)^۲=x^۲+y^۲+۲xy \to (x+y)^۲=۴۶+۲(۹) \to (x+y)^۲=۶۴$$

$$\begin{cases} \boxed{x+y=۸} \\ x+y=-۸ \end{cases} \text{ غ} \to \log_۴(x+y)=\log_۴ ۸=\log_{۲^۲} ۲^۳=\frac{۳}{۲}\log_۲ ۲=\frac{۳}{۲} \to \boxed{\log_۴(x+y)=\frac{۳}{۲}}$$

۳-

الف) $\log_۹(x^۲-۲۴)=\log_۹ ۵x \to x^۲-۲۴=۵x \to x^۲-۵x-۲۴=۰$

$$\to (x-۸)(x+۳)=۰ \begin{cases} x-۸=۰ \to \boxed{x=۸} \\ x+۳=۰ \to x=-۳ \end{cases} \text{ غ}$$

ب) $\log_۳(x^۲-۱)=۱+\log_۳(x+۹) \to \log_۳(x^۲-۱)=\log_۳ ۳+\log_۳(x+۹)$

$$\to \log_۳(x^۲-۱)=\log_۳(۳x+۲۷) \to x^۲-۱=۳x+۲۷ \to x^۲-۳x-۲۸=۰$$

$$\to (x-۷)(x+۴)=۰ \begin{cases} x-۷=۰ \to \boxed{x=۷} \\ x+۴=۰ \to \boxed{x=-۴} \end{cases}$$

پ) $\log_x(x^3-2x)=2 \to x^3-2x=x^2 \to x^3-x^2-2x=0$

$$\to x(x^2-x-2)=0 \to x(x-2)(x+1)=0 \begin{cases} x=0 & \text{غ} \\ x-2=0 \to \boxed{x=2} & \\ x+1=0 \to x=-1 & \text{غ} \end{cases}$$

ت) $\begin{cases} \log x=\log 2+\log y \\ 2^x \times 8^y=4 \end{cases} \to \begin{cases} \log x=\log 2y \\ 2^x \times (2^3)^y=2^2 \end{cases} \to \begin{cases} x=2y \\ x+3y=2 \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2y+3y=2 \to 5y=2 \to \boxed{y=\frac{2}{5}}$, $\boxed{x=\frac{4}{5}}$

ث) $\begin{cases} \log y=2\log 3+\log x \\ 2^{x-7} \times 4^{x+y}=1 \end{cases} \to \begin{cases} \log y=\log 3^2+\log x \\ 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y}=2^0 \end{cases} \to \begin{cases} \log y=\log(9x) \\ 2^{x-7} \times 2^{2x+2y}=2^0 \end{cases}$

$\to \begin{cases} y=9x \\ 3x+2y=7 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 3x+2(9x)-7 \to \boxed{x=\frac{1}{3}}$, $\boxed{y=3}$

۴-

$$\begin{cases} A(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \to f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}=ab^{-\frac{1}{2}}-1 \to ab^{-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2} \\ B(1,11) \to f(1)=11 \to 11=ab^1-1 \to ab=12 \end{cases} \quad \div \to b^{\frac{3}{2}}=\frac{12}{\frac{3}{2}}$$

$\to b^{\frac{3}{2}}=8 \to b^{\frac{3}{2}}=2^3 \to b^{\frac{1}{2}}=2 \to \boxed{b=4}$, $\boxed{a=3}$

$\to \boxed{f(x)=3\times 4^x-1} \to f(-1)=3\times 4^{-1}-1=\frac{3}{4}-1=-\frac{1}{4} \to \boxed{f(-1)=-\frac{1}{4}}$

۵–

$$\begin{matrix} f(x+۴)=a^{x+۴} \\ f(x)=a^{x} \end{matrix} \Rightarrow a^{x+۴}=۹\times a^{x} \Rightarrow \frac{a^{x+۴}}{a^{x}}=۹ \rightarrow a^{۴}=۹$$

$$\rightarrow a^{۲}=۳ \begin{cases} \boxed{a=\sqrt{۳}} \rightarrow \boxed{f(x)=\sqrt{۳}^{x}} \\ a=-\sqrt{۳} \quad \text{غ} \end{cases}$$

$$\rightarrow f(۶)-f(۴)=(\sqrt{۳})^{۶}-(\sqrt{۳})^{۴}=(۳^{\frac{۱}{۲}})^{۶}-(۳^{\frac{۱}{۳}})^{۴}=۳^{۳}-۳^{۲}=$$

$$۲۷-۹=۱۸ \rightarrow \boxed{f(۶)-f(۴)=۱۸}$$

۶–

$$\frac{۲a-۱}{a+۲}<۰ \longrightarrow$$

a		-۲		$\frac{۱}{۲}$	
$۲a-۱$	$-$		$-$	۰	$+$
$a+۲$	$-$	۰	$+$		$+$
$\frac{۲a-۱}{a+۲}$	$+$	∞	$-$	۰	$+$
	ج				ج

$$\frac{۲a-۱}{a+۲}\neq ۱ \rightarrow ۲a-۱\neq a+۲ \rightarrow ۲a-a\neq ۲+۱ \rightarrow a\neq ۳$$

$$a\in(-\infty,-۲)\cup(\frac{۱}{۲},+\infty)-\{۳\}$$

۷–

$$\log(x^{۲}-x+۱)+\log(x+۱)=۱ \rightarrow \log((x^{۲}-x+۱)(x+۱))=\log ۱۰$$

$$\rightarrow \log(x^{۳}+۱)=\log ۱۰ \rightarrow x^{۳}+۱=۱۰ \rightarrow x^{۳}=۹ \rightarrow \boxed{x=\sqrt[۳]{۹}}$$

$$\rightarrow \log_{۳}x=\log_{۳}\sqrt[۳]{۹}=\log_{۳}(۳^{۲})^{\frac{۱}{۳}}=\log_{۳}۳^{\frac{۲}{۳}}=\frac{۲}{۳}\log_{۳}۳=\frac{۲}{۳} \rightarrow \boxed{\log_{۳}x=\frac{۲}{۳}}$$

۸-

$$\log_{۳}(۲x^{۲}+۱)-\log_{۳}(x+۲)=۱\rightarrow \log_{۳}\frac{۲x^{۲}+۱}{x+۲}=\log_{۳}۳\rightarrow \frac{۲x^{۲}+۱}{x+۲}=۳$$

$$\rightarrow ۲x^{۲}+۱=۳x+۶\rightarrow ۲x^{۲}-۳x-۵=۰\rightarrow (x+۱)(۲x-۵)=۰\begin{cases} x+۱=۰\rightarrow \boxed{x=-۱} \\ ۲x-۵=۰\rightarrow \boxed{x=\frac{۵}{۲}} \end{cases}$$

$$x=-۱\rightarrow \log_{۸}(۲x-۱)=\log_{۸}(۲(-۱)-۱)=\log_{۸}(-۳) \quad \text{غ}$$

$$x=\frac{۵}{۲}\rightarrow \log_{۸}(۲x-۱)=\log_{۸}(۲(\frac{۵}{۲})-۱)=\log_{۸}۴=\log_{۲^{۳}}۲^{۲}=\frac{۲}{۳}\log_{۲}۲\rightarrow \boxed{\log_{۸}(۲x-۱)=\frac{۲}{۳}}$$

۹-

$$\log\frac{۲}{x}+\log(x+۱)=۱ \quad \rightarrow \log(\frac{۲}{x}(x+۱))=\log ۱۰ \quad \rightarrow \frac{۲x+۲}{x}=۱۰$$

$$\rightarrow ۲x+۲=۱۰x\rightarrow ۲=۱۰x-۲x\rightarrow ۲=۸x\rightarrow \boxed{x=\frac{۱}{۴}}$$

$$\rightarrow \log_{۸}x=\log_{۸}\frac{۱}{۴}=\log_{۲^{۳}}۲^{-۲}=\frac{-۲}{۳}\log_{۲}۲=-\frac{۲}{۳}\rightarrow \boxed{\log_{۸}x=-\frac{۲}{۳}}$$

۱۰-

$$\log_{۲}(۵x+۱)+\log_{۲}x=۲\rightarrow \log_{۲}(x(۵x+۱))=\log_{۲}۴\rightarrow ۵x^{۲}+x=۴$$

$$\rightarrow ۵x^{۲}+x-۴=۰\rightarrow (۵x-۴)(x+۱)=۰\begin{cases} ۵x-۴=۰\rightarrow \boxed{x=\frac{۴}{۵}} \\ x+۱=۰\rightarrow x=-۱ \quad \text{غ} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{۴}{x}=\frac{۴}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۲۰}{۴}=۵\rightarrow \boxed{\frac{۴}{x}=۵}$$

۱۱-

$$\log_b a = c \Rightarrow a = b^c$$

$$\log_{۳}(۵x - ۱) = ۲ \Rightarrow ۵x - ۱ = ۳^۲ = ۹ \Rightarrow ۵x = ۱۰ \Rightarrow x = ۲$$

$$x \text{ حدود} : ۵x - ۱ > ۰ \Rightarrow x > \frac{۱}{۵}$$

با توجه به حدود x، $x = ۲$ قابل قبول است.

ابتدا حاصل عبارت $\log_{\frac{۱}{۲۴۳}} \sqrt{۲۷}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\log_{\frac{۱}{۲۴۳}} \sqrt{۲۷} = \log_{۳^{-۵}} ۳^{\frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۵}{۱}} \log_{۳} ۳ = -\frac{۳}{۱۰} = -۰/۳$$

$$\text{معادله} : ۳x + ۴ = ۲۰ \times (-۰/۳) = -۶ \Rightarrow ۳x = -۱۰ \Rightarrow x = -\frac{۱۰}{۳}$$

در سمت چپ، مجموع دو لگاریتم را به‌صورت یک لگاریتم می‌نویسیم:

$$x \text{ حدود} : x - ۲ > ۰ \ , \ x - ۴ > ۰ \Rightarrow x > ۲ \ , \ x > ۴ \Rightarrow x > ۴$$

$$\log(x - ۲) + \log(x - ۴) = \log((x - ۲)(x - ۴)) = \log ۲^۲$$

$$\Rightarrow (x - ۲)(x - ۴) = ۲^۲ \Rightarrow x^۲ - ۶x + ۸ = ۴ \Rightarrow x^۲ - ۶x + ۴ = ۰$$

$$\Delta = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow x = \frac{۶ \pm \sqrt{۲۰}}{۲} = ۳ \pm \sqrt{۵} \xrightarrow{x>۴} x = ۳ + \sqrt{۵}$$

ابتدا حدود x را مشخص می‌کنیم:

$$\text{حدود } x: \ x^2-1>0 \ , \ x+3>0$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2-1>0 \Rightarrow x^2>1 \Rightarrow x>1 \text{ یا } x<-1 \\ x+3>0 \Rightarrow x>-3 \end{array}\right\} \Rightarrow -3<x<-1 \text{ یا } x>1$$

برای حل معادله، $\log(x+3)$ را به سمت چپ معادله می‌آوریم:

$$\log(x^2-1)=\log 3+\log(x+3)$$

$$\Rightarrow \log(x^2-1)-\log(x+3)=\log 3$$

تفاضل دو لگاریتم را به تقسیم تبدیل می‌کنیم:

$$\Rightarrow \log\frac{x^2-1}{x+3}=\log 3 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x+3}=3$$

$$\Rightarrow x^2-1=3x+9 \Rightarrow x^2-3x-10=0 \Rightarrow (x-5)(x+2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

با توجه به حدود x ، هر دو جواب قابل قبول است.

$$\begin{cases} x^2+4>0 \text{ همواره برقرار است.} \\ x>0 \ , \ x\neq 1 \end{cases} \Rightarrow x>0 \ , \ x\neq 1$$

$$\log_x(x^2+4)=1+\log_x 5 \Rightarrow \log_x(x^2+4)-\log_x 5=1$$

$$\Rightarrow \log_x\frac{x^2+4}{5}=1 \Rightarrow \frac{x^2+4}{5}=x^1 \Rightarrow x^2+4=5x$$

$$\Rightarrow x^2-5x+4=0 \Rightarrow (x-1)(x-4)=0 \xrightarrow{x>0 \ , \ x\neq 1} x=4$$

حدود x : $x-۲>۰ , x+۱۰>۰ \Rightarrow x>۲ , x>-۱۰ \Rightarrow x>۲$

$$۲\log(x-۲)=\log(x+۱۰) \Rightarrow \log(x-۲)^{۲}=\log(x+۱۰)$$

$$\Rightarrow (x-۲)^{۲}=x+۱۰ \Rightarrow x^{۲}-۴x+۴=x+۱۰ \Rightarrow x^{۲}-۵x-۶=۰$$

$$\Rightarrow (x-۶)(x+۱)=۰ \xrightarrow{x>۲} x=۶$$

حدود x : $\begin{cases} x+۱>۰ \Rightarrow x>-۱ \\ x-۱>۰ \Rightarrow x>۱ \end{cases} \Rightarrow x>۱$

$$\log_{۵}(x+۱)+\log_{۵}(x-۱)=۱$$

$$\Rightarrow \log_{۵} \overbrace{(x+۱)(x-۱)}^{\text{مزدوج}}=۱ \Rightarrow \log_{۵}(x^{۲}-۱)=۱$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۱=۵^{۱} \Rightarrow x^{۲}=۶ \Rightarrow x=\pm\sqrt{۶} \xrightarrow{x>۱} x=\sqrt{۶}$$

حدود x: $x-۱>۰ \Rightarrow x>۱$

$$۴=۲^{۲} \Rightarrow \log_{۴}(x-۱)=\log_{۲^{۲}}(x-۱)=\frac{۱}{۲}\log_{۲}(x-۱)$$

$$\Rightarrow ۲\log_{۴}(x-۱)=۲\times\frac{۱}{۲}\log_{۲}(x-۱)=\log_{۲}(x-۱)=۳$$

$$\Rightarrow x-۱=۲^{۳}=۸ \Rightarrow x=۸+۱=۹$$

۱۲– مختصات دو نقطهٔ $(۱۰,-۴)$ و $(-۱,\frac{۱}{۲})$ در ضابطهٔ f صدق می‌کنند:

$$f(۱)=-۴ \Rightarrow f(۱)=a\times b^{۱}+۲=-۴ \Rightarrow a\times b=-۶ \qquad (۱)$$

$$f(-۱)=\frac{۱}{۲} \Rightarrow f(-۱)=a\times b^{-۱}+۲=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow a\times\frac{۱}{b}=\frac{۱}{۲}-۲=-\frac{۳}{۲} \qquad (۲)$$

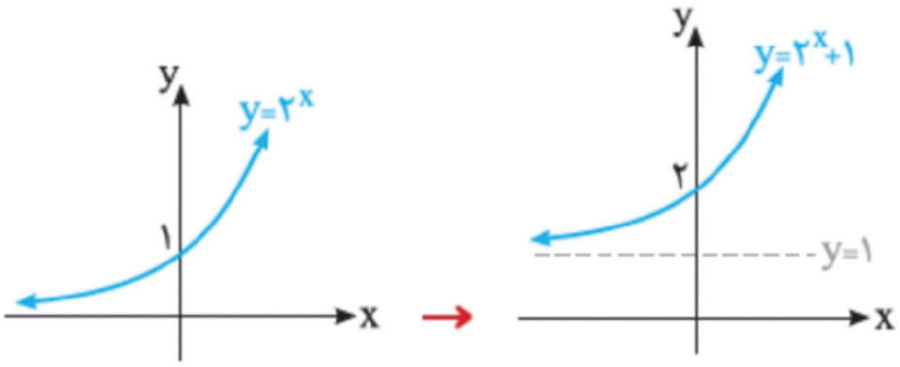
$$\frac{(۱)}{(۲)} \Rightarrow \frac{ab}{a\times\frac{۱}{b}}=\frac{-۶}{-\frac{۳}{۲}} \Rightarrow b^{۲}=۴ \Rightarrow b=\pm ۲$$

در تابع نمایی b عددی مثبت است، پس $b=۲$ قابل قبول است:

$$a\times b=-۶ \xrightarrow{b=۲} a=\frac{-۶}{۲}=-۳$$

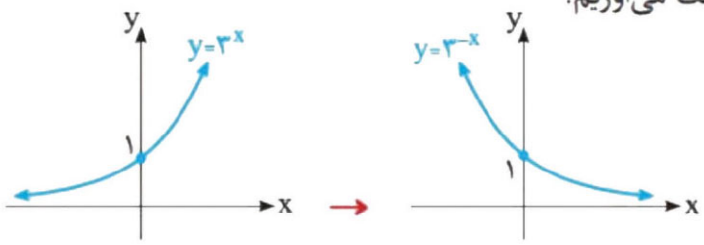
۱۳–

اگر نمودار $y=۲^{x}$ را به اندازهٔ یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار $y=۲^{x}+۱$ به‌دست می‌آید (در این انتقال خط $y=۰$ (محور x ها) به اندازهٔ یک واحد به سمت بالا انتقال پیدا می‌کند):

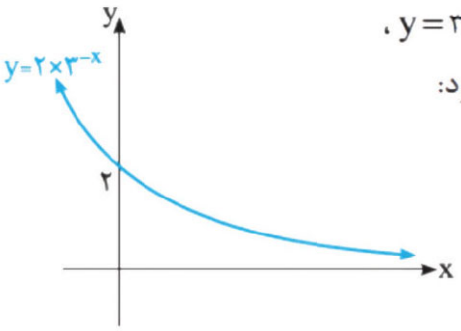


7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

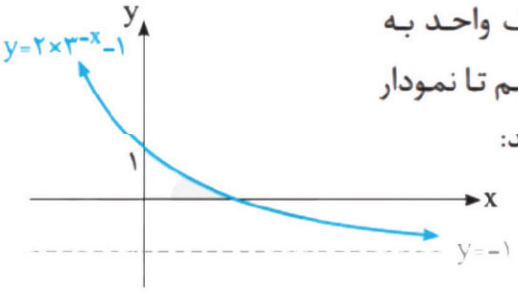
ابتدا نمودار $y = ۳^{-x}$ را با قرینه کردن نمودار $y = ۳^{x}$ نسبت به محور y ها به‌دست می‌آوریم:



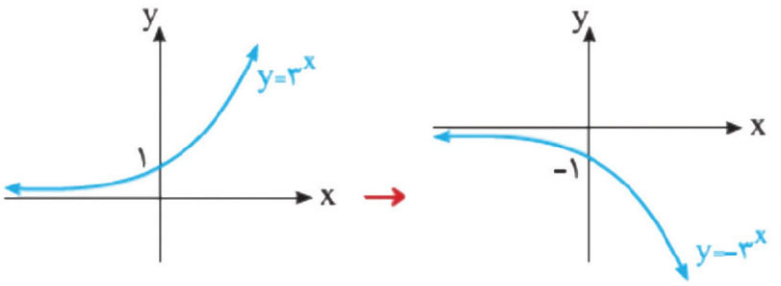
با دوبرابر کردن عرض نقاط نمودار $y = ۳^{-x}$ ، نمودار $y = ۲ \times ۳^{-x}$ رسم می‌شود:



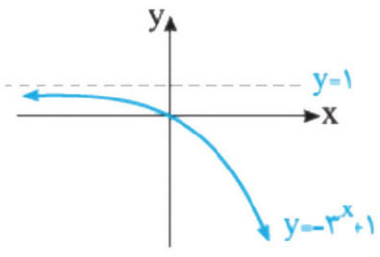
نمودار $y = ۲ \times ۳^{-x}$ را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار $y = ۲ \times ۳^{-x} - ۱$ به‌دست آید:



ابتدا نمودار $y = ۳^{x}$ را نسبت به محور x ها قرنیه می‌کنیم:



نمودار $y = -۳^{x}$ را یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. در این انتقال، نقطهٔ $(-۱,۰)$ به $(۰,۰)$ و محور x ها به خط $y = ۱$ منتقل می‌شود:

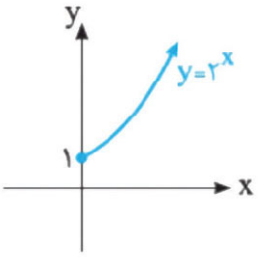


7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

برای رسم، باید قدر مطلق را حذف کنیم و برای این کار یک بار $x \geq 0$ و بار دیگر $x < 0$ در نظر می‌گیریم:

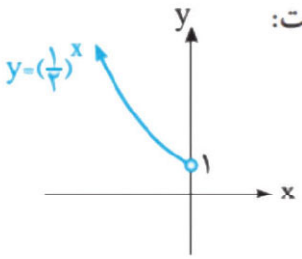
$$x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow y = 2^{|x|} = 2^x$$

نمودار $y = 2^x$ برای $x \geq 0$ به‌صورت زیر است:

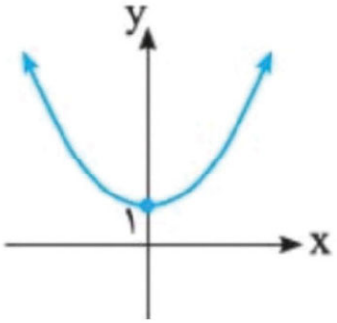


$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = 2^{|x|} = 2^{-x} = (2^{-1})^x = (\frac{1}{2})^x$$

نمودار $y = (\frac{1}{2})^x$ برای $x < 0$ به‌صورت زیر است:



اگر دو نمودار را روی یک دستگاه رسم کنیم، نمودار $y = 2^{|x|}$ به‌دست می‌آید:



۱۴-

$$\log 3 + \log \sqrt[4]{3} = \log (81)^k \rightarrow \log 3 + \log 3^{\frac{1}{4}} = \log (3^4)^k$$

$$\rightarrow \log 3^{\frac{5}{4}} = \log 3^{4k} \rightarrow \frac{5}{4} = 4k \rightarrow \boxed{\frac{5}{k} = 16}$$

$$\log_2 \frac{5}{k} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4 \rightarrow \boxed{\log_2 \frac{5}{k} = 4}$$

۱۵-

$$\log_{\sqrt{b}} ab^{۲} = \log_{b^{\frac{۱}{۲}}} ab^{۲} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} \log_b ab^{۲} = ۲\log_b ab^{۲} = ۲(\log_b a + \log_b b^{۲})$$

$$= ۲(\log_b a + ۲\log_b b) = ۲(\frac{۳}{۲} + ۲) = ۳ + ۴ = ۷$$

۱۶-

الف) $\log_{\frac{۱}{۳}} ۲۷ = -۳ \rightarrow (\frac{۱}{۳})^{-۳} = ۲۷$

ب) $\log_{۱۲۸} ۲ = \frac{۱}{۷} \rightarrow (۱۲۸)^{\frac{۱}{۷}} = ۲$

پ) $\log_{۱۰۰} ۱۰۰۰ = \frac{۳}{۲} \rightarrow (۱۰۰)^{\frac{۳}{۲}} = ۱۰۰۰$

ت) $\log_{۲۷} ۸۱ = \frac{۴}{۳} \rightarrow (۲۷)^{\frac{۴}{۳}} = ۸۱$

ث) $\log_{۳} ۷۲۹ = ۶ \rightarrow ۳^{۶} = ۷۲۹$

ج) $\log_{۹} ۳ = \frac{۱}{۲} \rightarrow (۹)^{\frac{۱}{۲}} = ۳$

۱۷-

نمودار (آ) نمودار یک تابع نمایی است. چون محور x ها به اندازهٔ یک واحد به سمت بالا انتقال پیدا کرده است، پس مقدار ثابتی که به تابع نمایی اضافه شده است، برابر یک است. با توجه به ضابطه‌های داده‌شده، ضابطهٔ $y = \frac{۱}{۲} \times ۳^{x} + ۱$ جواب است.

نمودار (ب)، نمودار یک تابع لگاریتمی است که نسبت به محور yها قرینه شده و چون محور y ها به اندازهٔ یک واحد به سمت راست انتقال پیدا کرده است و با توجه به ضابطه‌های داده‌شده، نمودار ضابطهٔ $y = \log_{۳}(-x + ۱)$ ، به‌صورت نمودار (ب) است.

نمودار تابع با ضابطهٔ $y = (\frac{۱}{۴})^{x} - ۲$ به‌صورت نمودار (پ) و نمودار تابع با ضابطهٔ $y = -\log(x + ۲)$ به‌صورت نمودار (ت) می‌باشد.

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۶

۱-

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} (ax+b) = a(۲)+b = ۲a+b = ۵$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} (ax^۲ + ۳bx + ۱) = a(۲)^۲ + ۳b(۲) + ۱ = ۴a + ۶b + ۱ = ۷$$

$$\to \begin{cases} ۲a+b=۵ \\ ۴a+۶b=۶ \end{cases} \to \begin{cases} ۲a+b=۵ \\ ۲a+۳b=۳ \end{cases} \to \begin{cases} -۲a - b = -۵ \\ ۲a + ۳b = ۳ \end{cases}$$

$$۲b = -۲ \to \boxed{b=-۱}$$

$$\to ۲a - ۱ = ۵ \to ۲a = ۶ \to \boxed{a=۳} \to \boxed{a+b=۲}$$

۲-

$$\lim_{x\to ۳^+} f(x) = ۱,\ \lim_{x\to ۳^-} f(x) = -۲, f(۳) = ۲ \Rightarrow \lim_{x\to ۳^+} f(x) + \lim_{x\to ۳^-} f(x) + f(۳) = ۱ + (-۲) + ۲ = ۱$$

۳-

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} x^۲ + ۲a = (۱)^۲ + ۲a = ۱ + ۲a$$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} ax - ۱ = a(۱) - ۱ = a - ۱$$

$$\to \lim_{x\to ۱^+} f(x) - \lim_{x\to ۱^-} f(x) =$$

$$-۱ \to (۱+۲a) - (a-۱) = -۱ \to ۲ + a = -۱ \to \boxed{a=-۳}$$

۴-

الف) $$\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲ - ۳x + ۲}{۲x - ۲} = \frac{(۱)^۲ - ۳(۱) + ۲}{۲(۱) - ۲} = \frac{۰}{۰}$$

$$\to \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۲)}{۲(x-۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۲}{۲} = \frac{۱-۲}{۲} = -\frac{۱}{۲}$$

ب) $$\lim_{x\to ۰} \frac{۴x^۲}{۲x^۲ - x^۳} = \frac{۴(۰)^۲}{۲(۰)^۲ - (۰)^۳} = \frac{۰}{۰}$$

$$\to \lim_{x\to ۰} \frac{۴x^۲}{x^۲(۲-x)} = \lim_{x\to ۰} \frac{۴}{۲-x} = \frac{۴}{۲-۰} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

پ) $\lim\limits_{x\to(-۱)} \dfrac{۳x^۲+۵x+۲}{۲x^۲+x-۱} = \dfrac{۳(-۱)^۲+۵(-۱)+۲}{۲(-۱)^۲+(-۱)-۱} = \dfrac{۰}{۰}$

$\to \lim\limits_{x\to(-۱)} \dfrac{(x+۱)(۳x+۲)}{(x+۱)(۲x-۱)} = \lim\limits_{x\to(-۱)} \dfrac{۳x+۲}{۲x-۱} = \dfrac{۳(-۱)+۲}{۲(-۱)-۱} = \dfrac{-۱}{-۳} = \dfrac{۱}{۳}$

ت) $\lim\limits_{x\to۳} \dfrac{x^۳-۲۷}{x^۲-۲x-۳} = \dfrac{(۳)^۳-۲۷}{۳^۳-۲(۳)-۳} = \dfrac{۰}{۰}$

$\to \lim\limits_{x\to۳} \dfrac{(x-۳)(x^۲+۳x+۹)}{(x-۳)(x+۱)} = \lim\limits_{x\to۳} \dfrac{(x^۲+۳x+۹)}{(x+۱)} = \dfrac{۳^۲+۳(۳)+۹}{۳+۱} = \dfrac{۲۷}{۴}$

ث) $\lim\limits_{x\to۱} \dfrac{۳x^۳+۴x-۳x^۲-۴}{x^۲+x-۲} = \dfrac{۳(۱)^۳+۴(۱)-۳(۱)^۲-۴}{(۱)^۲+۱-۲} = \dfrac{۰}{۰}$

$\to \lim\limits_{x\to۱} \dfrac{۳x^۲(x-۱)+۴(x-۱)}{(x-۱)(x+۲)} = \lim\limits_{x\to۱} \dfrac{(x-۱)(۳x^۲+۴)}{(x-۱)(x+۲)} = \lim\limits_{x\to۱} \dfrac{۳x^۲+۴}{x+۲} = \dfrac{۳(۱)^۲+۴}{۱+۲} = \dfrac{۷}{۳}$

۵-

$$\lim_{x\to ۲a} \frac{x-۲a}{x^۲-۴a^۲} = \lim_{x\to ۲a} \frac{(x-۲a)}{(x-۲a)(x+۲a)}$$

$$= \lim_{x\to ۲a} \frac{۱}{x+۲a} = \frac{۱}{۲a+۲a} = \frac{۱}{۴a}$$

فرض: $\dfrac{۱}{۴a} = \dfrac{۱}{۸} \Rightarrow ۴a = ۸ \Rightarrow a = ۲$

$x \to ۲^+ \Rightarrow x > ۲ \Rightarrow [x] = ۲$

$$\Rightarrow \text{حاصل حد} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{x-۲}{x^۲-۴} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{(x-۲)}{(x-۲)(x+۲)}$$

$$= \lim_{x\to ۲^+} \frac{۱}{x+۲} = \frac{۱}{۲+۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$x \to (-۱)^+ \Rightarrow x > -۱ \xrightarrow{\text{x بین صفر و ۱- است.}} [x] = -۱$$

تجزیهٔ عبارت $۳x^۲ + ۵x + ۲$ به صورت $(x+۱)(۳x+۲)$ است.

$$\text{حاصل حد} = \lim_{x \to (-۱)^+} \frac{x^۲ - ۱}{۳x^۲ + ۵x + ۲} = \lim_{x \to (-۱)^+} \frac{(x-۱)(x+۱)}{(x+۱)(۳x+۲)}$$

$$= \frac{-۱ - ۱}{۳(-۱) + ۲} = \frac{-۲}{-۱} = ۲$$

۶–

الف) $\lim\limits_{x \to ۲^-} (x + [x]) = \lim\limits_{x \to ۲^-} x + \lim\limits_{x \to ۲^-} [x] = ۲ + [۲^-] = ۲ + ۱ = ۳$

ب) $\lim\limits_{x \to ۲^+} \dfrac{[x] + ۱}{۳x} = \dfrac{\lim\limits_{x \to ۲^+} [x] + ۱}{\lim\limits_{x \to ۲^+} ۳x} = \dfrac{[۲^+] + ۱}{۳(۲)} = \dfrac{۲ + ۱}{۶} = \dfrac{۱}{۲}$

پ) $\lim\limits_{x \to ۱^-} (۳[x] - x) = \lim\limits_{x \to ۱^-} ۳[x] - \lim\limits_{x \to ۱^-} x = ۳[۱^-] - ۱ = ۳(۰) - ۱ = -۱$

ت) $\lim\limits_{x \to ۳^-} \dfrac{x - [x]}{۲[x]} = \dfrac{\lim_{x \to ۳^-} x - [x]}{\lim_{x \to ۳^-} ۲[x]} = \dfrac{۳ - [۳^-]}{۲[۳^-]} = \dfrac{۳ - ۲}{۲(۲)} = \dfrac{۱}{۴}$

۷– شرط پیوستگی تابع f در $x = \dfrac{\pi}{۲}$:

$$\lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^+} f(x) = f(\frac{\pi}{۲}) = \lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^-} f(x)$$

$$\lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^+} f(x) = \lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^+} (a \sin x + b \cos ۲x)$$

$$= a \sin \frac{\pi}{۲} + b \cos ۲(\frac{\pi}{۲}) = a - b$$

$$\lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^-} f(x) = \lim_{x \to (\frac{\pi}{۲})^-} (a \sin(۳x) + ۱) = a \sin(\frac{۳\pi}{۲}) + ۱ = -a + ۱$$

$$a - b = ۲ = -a + ۱ \Rightarrow \begin{cases} -a + ۱ = ۲ \Rightarrow a = -۱ \\ a - b = ۲ \Rightarrow -۱ - b = ۲ \Rightarrow b = -۳ \end{cases}$$

۸ــ شرط پیوستگی تابع f در $x = ۱$:

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = f(۱) = \lim_{x\to ۱^-} f(x)$$

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} (ax + ۲) = a + ۲ = f(۱) = ۴ \Rightarrow a = ۲$$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} (\sqrt{۳x^۲ + ۱} - ۲b) = \sqrt{۳(۱)^۲ + ۱} - ۲b$$

$$= ۲ - ۲b = f(۱) = ۴ \Rightarrow ۲b = -۲ \Rightarrow b = -۱$$

۹ــ

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} ۳x - [x] = ۳(۲) - \left[۲^-\right] = ۶ - ۱ = ۵$$

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} x + ۳ = ۲ + ۳ = ۵ \ , f(۲) = a$$

تابع f در $x = ۲$ پیوسته است پس داریم: $\boxed{a = ۵}$

۱۰ــ

$$\lim_{x\to(-۳)} f(x) = \lim_{x\to(-۳)} |x + ۳| = ۰ \ , \ f(-۳) = ۳$$

تابع f در $x = -۳$ پیوسته نیست.

۱۱ــ

الف) $\lim_{x\to ۱} (f(x) - g(x)) = \lim_{x\to ۱} f(x) - \lim_{x\to ۱} g(x) = ۳ - (-۲) = ۵$

ب) $\lim_{x\to ۱} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to ۱} f(x)}{\lim_{x\to ۱} g(x)} = \frac{۳}{-۲} = -\frac{۳}{۲}$

پ) $\lim_{x\to ۱} (g(x) + h(x)) = \lim_{x\to ۱} g(x) + \lim_{x\to ۱} h(x) = -۲ + ۰ = -۲$

ت) $\lim_{x\to ۱}(۲f(x)-h(x)+۳g(x))=\lim_{x\to ۱}۲f(x)-\lim_{x\to ۱}h(x)+\lim_{x\to ۱}۳g(x)$

$=۲(۳)-۰+۳(-۲)=۶-۰-۶=۰$

ث) $\lim_{x\to ۱}\left(\frac{۵f(x)}{۲g(x)-۴h(x)}\right)=\frac{\lim_{x\to ۱}۵f(x)}{\lim_{x\to ۱}۲g(x)-\lim_{x\to ۱}۴h(x)}=\frac{۵\times ۳}{۲(-۲)-۴(۰)}=\frac{۱۵}{-۴}=-\frac{۱۵}{۴}$

پاسخنامه آزمون ریاضی یازدهم فصل ۷

۱–

$$\sigma_x=|-۴|\,\sigma_{-\frac{۱}{۴}x+۵}=۴\times ۲\rightarrow \boxed{\sigma_x=۸}$$

۲–

$$\bar{X}=\frac{۹\times b+۶\times ۲b}{۹+۶}\rightarrow ۲۱=\frac{۲۱b}{۱۵}\rightarrow ۲۱b=۲۱\times ۱۵\rightarrow \boxed{b=۱۵}$$

$$\rightarrow \sigma=\sqrt{\frac{۹(۱۵-۲۱)^۲+۶(۳۰-۲۱)^۲}{۱۵}}=\sqrt{\frac{۹\times ۳۶+۶\times ۸۱}{۱۵}}=\sqrt{\frac{۸۱۰}{۱۵}}\rightarrow \boxed{\sigma=\sqrt{۵۴}}$$

۳– اگر انحراف‌معیار داده‌ها برابر صفر باشد، یعنی داده با هم برابرند.

$$\begin{cases}۲x-۱=۵\rightarrow \boxed{x=۳}\\ ۳y+۲=۵\rightarrow \boxed{y=۱}\\ z-۳=۵\rightarrow \boxed{z=۸}\end{cases}$$

۴— الف- $\frac{۱}{۴}$ یا ۲۵٪ داده‌ها از چارک سوّم (۳۴) بزرگ‌تر هستند یعنی: $\frac{۱}{۴} \times ۸۰ = ۲۰$

ب- $\frac{۱}{۴}$ یا ۲۵٪ داده‌ها از چارک اوّل (۱۸) کوچک‌تر هستند یعنی: $\frac{۱}{۴} \times ۸۰ = ۲۰$

پ- $\frac{۱}{۲}$ یا ۵۰٪ داده‌ها بین چارک اوّل (۱۸) و چارک سوّم هستند یعنی: $\frac{۱}{۲} \times ۸۰ = ۴۰$

۵— اگر طول ضلع مربع‌ها را $x_۱, x_۲, \ldots, x_N$ در نظر بگیریم:

$$\bar{X} = ۱۵ \quad , \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow ۰/۲ = \frac{\sigma}{۱۵} \rightarrow \boxed{\sigma = ۳}$$

مساحت مربع‌ها را می‌توانیم بصورت $x_۱^۲, x_۲^۲, \ldots, x_N^۲$ بنویسیم و داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_N^۲}{N} - \bar{X}^۲ \rightarrow ۳^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_N^۲}{N} - ۱۵^۲$$

$$\rightarrow \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_N^۲}{N} = ۹ + ۲۲۵ \rightarrow \boxed{\frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_N^۲}{N} = ۲۳۴}$$

$$a-۳, a-۲, a-۱, a, a+۱, a+۲, a+۳$$

$$\bar{X} = \frac{a-۳+a-۲+a-۱+a+a+۱+a+۲+a+۳}{۷} = \frac{۷a}{۷} \rightarrow \bar{X} = a$$

$$\rightarrow \sigma^۲ = \frac{(a-۳-a)^۲ + (a-۲-a)^۲ + \ldots + (a+۳-a)^۲}{۷}$$

$$= \frac{(-۳)^۲ + (-۲)^۲ + (-۱)^۲ + ۰^۲ + ۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲}{۷}$$

$$\rightarrow \sigma^۲ = \frac{۲۸}{۷} \rightarrow \boxed{\sigma^۲ = ۴} \quad , \quad \boxed{\sigma = ۲}$$

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۷ـ اگر داده‌ها را از متر به سانتی‌متر تبدیل کنیم، تمام داده ها ۱۰۰ برابر می‌شوند و داریم:

انحراف‌معیار ۱۰۰ برابر می‌شود $\rightarrow \boxed{\sigma_{۱۰۰x} = ۱۰۰\sigma_x} \rightarrow \sigma_{۱۰۰x} = |۱۰۰|\sigma_x \rightarrow$

۸ـ

$$\sigma_{ax+b} = |a|\sigma_x \rightarrow \sigma_{-\frac{۵}{۳}x} = \left|-\frac{۵}{۳}\right| \times ۳ \rightarrow \boxed{\sigma_{-\frac{۵}{۳}x} = ۵}$$

۹ـ چون واریانس برابر صفر است، پس تمام داده‌ها به هم برابرند.

$$\begin{cases} ۲a - b = ۷ \\ -a - ۳b = ۷ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{۲}a - b = ۷ \\ -\cancel{۲}a - ۶b = ۱۴ \end{cases} +$$

$$-۷b = ۲۱ \rightarrow \rightarrow \boxed{b = -۳} \quad , \quad ۲a - (-۳) = ۷ \rightarrow \boxed{a = ۲}$$

۱۰ـ

بزرگ ترین داده $= m \Rightarrow ۱۸, ۲۰, ۲۴, ۲۵, ۳۰, m \rightarrow m - ۱۸ = ۱۵ \rightarrow \boxed{m = ۳۳}$

کوچک‌ترین داده $= m \Rightarrow m, ۱۸, ۲۰, ۲۴, ۲۵, ۳۰ \rightarrow ۳۰ - m = ۱۵ \rightarrow \boxed{m = ۱۵}$

۱۱ـ الف-

$$Q_۲ = \frac{۱۰ + x}{۲} \rightarrow ۱۳ = \frac{۱۰ + x}{۲} \rightarrow ۱۰ + x = ۲۶ \rightarrow \boxed{x = ۱۶}$$

ب-

$$\bar{X} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_N}{N} \rightarrow ۱۵ = \frac{۴ + ۶ + \ldots + x + \ldots + ۲۹}{۱۰} \rightarrow \boxed{۱۵ = \frac{۱۳۳ + x}{۱۰}}$$

$$\rightarrow ۱۳۳ + x = ۱۵۰ \rightarrow \boxed{x = ۱۷} \rightarrow \boxed{Q_۲ = \frac{۱۰ + ۱۷}{۲}} \rightarrow \boxed{Q_۲ = ۱۳/۵}$$

۱۲— الف-

$A=\{(۵,۱)(۵,۲)(۵,۳)(۵,۴)(۵,۵)(۵,۶)\}\ ,\ \ n(s)=۳۶ \rightarrow$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(s)}=\frac{۶}{۳۶}\rightarrow \boxed{P(A)=\frac{۱}{۶}}$$

ب-

$$B=\{(۱,۶)(۲,۵)(۳,۴)(۴,۳)(۵,۲)(۶,۱)\}\rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(s)}=\frac{۶}{۳۶}\rightarrow \boxed{P(B)=\frac{۱}{۶}}$$

پ-

$$A\cap B=\{(۵,۲)\}\rightarrow P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(s)}=\frac{۱}{۳۶}$$

$$\rightarrow P(A\cap B)\stackrel{?}{=}P(A)\cdot P(B)\rightarrow \frac{۱}{۳۶}=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۶}\Rightarrow$$ دو پیشامد و مستقل هستند

۱۳— الف-

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۷۰}{۱۰۰}\rightarrow \boxed{P(A\cap B)=\frac{۲۸}{۱۰۰}}$$

ب-

$$P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۴۰}{۱۰۰}\rightarrow \boxed{P(A')=\frac{۶۰}{۱۰۰}}$$

$$P(B')=۱-P(B)=۱-\frac{۷۰}{۱۰۰}\rightarrow \boxed{P(B')=\frac{۳۰}{۱۰۰}}$$

$$P(A'\cap B')=P(A')\cdot P(B')=\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\rightarrow \boxed{P(A'\cap B')=\frac{۱۸}{۱۰۰}}$$

پ-

$$P(A\cap B')+P(A'\cap B)=P(A)\cdot P(B')+P(A')\cdot P(B)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}+\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۷۰}{۱۰۰}$$

$$\rightarrow \boxed{P(A\cap B')+P(A'\cap B)=\frac{۵۴}{۱۰۰}}$$

۱۴— $A =$ پیشامد فرزند پسر و $P(A) = \frac{۱}{۴}$

$A' =$ پیشامد فرزند دختر $\rightarrow P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$

$\rightarrow P(\text{دو فرزند همجنس}) = P(\text{دو فرزند پسر}) + P(\text{دو فرزند دختر}) = (\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴}) + (\frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴}) = \frac{۱۰}{۱۶}$

$\rightarrow P(\text{دو فرزند همجنس}) = \frac{۵}{۸}$

۱۵— الف-

$P(A) = ۰/۵۵ + ۰/۱۰ \rightarrow P(A) = ۰/۶۵$

$\rightarrow P(M|A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{۰/۱۰}{۰/۶۵} = \frac{۱۰}{۶۵} \rightarrow \boxed{P(M|A) = \frac{۲}{۱۳}}$

ب-

$P(B) = ۰/۳۰ + ۰/۰۵ \rightarrow P(B) = ۰/۳۵$

$\rightarrow P(E|B) = \frac{P(E \cap B)}{P(B)} = \frac{۰/۳۰}{۰/۳۵} = \frac{۳۰}{۳۵} \rightarrow \boxed{P(E|B) = \frac{۶}{۷}}$

پ-

$P(E) = ۰/۵۵ + ۰/۳۰ \rightarrow P(E) = ۰/۸۵$

$\rightarrow P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{۰/۵۵}{۰/۸۵} = \frac{۵۵}{۸۵} \rightarrow \boxed{P(A|E) = \frac{۱۱}{۱۷}}$

ت-

$P(M) = ۰/۱۰ + ۰/۰۵ \rightarrow P(M) = ۰/۱۵$

$\rightarrow P(B|M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{۰/۰۵}{۰/۱۵} = \frac{۵}{۱۵} \rightarrow \boxed{P(B|M) = \frac{۱}{۳}}$

ث- $P(E \cup B) = P(E) + P(B) - P(E \cap B) = ۰/۸۵ + ۰/۳۵ - ۰/۳۰ = ۰/۹۰$

$\rightarrow \boxed{(E \cup B) = ۰/۹۰}$

۱۶-

$$P(B)=۰/۴ \rightarrow P(B')=۱-P(B)=۱-۰/۴ \rightarrow \boxed{P(B')=۰/۶}$$

$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')} \rightarrow P(A\cap B')=P(A|B')\cdot P(B')=۰/۷\times ۰/۶$$

$$\rightarrow \boxed{P(A\cap B')=۰/۴۲}$$

$$P(A\cap B')=P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

$$\rightarrow P(A\cup B)=P(B)+P(A)-P(A\cap B)=P(B)+P(A\cap B')=۰/۴۰+۰/۴۲$$

$$\rightarrow \boxed{P(A\cup B)=۰/۸۲}$$

۱۷-

$$P(B)=۰/۳ \rightarrow P(B')=۱-P(B)=۱-۰/۳ \rightarrow \boxed{P(B')=۰/۷}$$

$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')} \rightarrow P(A\cap B')=P(A|B')\cdot P(B')=۰/۳\times ۰/۷$$

$$\rightarrow \boxed{P(A\cap B')=۰/۲۱} \quad , \quad P(A-B)=P(A\cap B') \rightarrow \boxed{P(A-B)=۰/۲۱}$$

۱۸-

$$\sigma^{۲}{}_{x}=(-۲)^{۲}\sigma^{۲}{}_{-\frac{۱}{۲}x+۵}=۴\times ۳ \rightarrow \boxed{\sigma^{۲}{}_{x}=۱۲}$$

۱۹-

$$\sigma^{۲}{}_{ax+b}=a^{۲}\cdot\sigma^{۲}{}_{x} \rightarrow \sigma^{۲}{}_{-۳x+۲}=(-۳)^{۲}\sigma^{۲}{}_{x}=۹\times ۴ \rightarrow \boxed{\sigma^{۲}{}_{-۳x+۲}=۳۶}$$

۲۰-

۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۹, ۲۰, ۲۳, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۳۰

تعداد داده‌ها = فرد $\rightarrow Q_۲ = ۲۰$

۲۱-

$$\frac{a+a+a+a+a+۱}{۵} = \frac{۳a}{۲} \rightarrow \frac{۵a+۱}{۵} = \frac{۳a}{۲} \rightarrow ۱۰a+۲ = ۱۵a \rightarrow ۲ = ۱۵a - ۱۰a$$

$$\rightarrow ۲ = ۵a \rightarrow \boxed{a = \frac{۲}{۵}}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{a+a+۱+a+۲+a+۳+a+۴}{۵} = \frac{۵a+۱۰}{۵} \rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{۵a}{۵} + \frac{۱۰}{۵}}$$

$$\rightarrow \bar{X} = a+۲ = \frac{۲}{۵} + ۲ \rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{۱۲}{۵}}$$

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۱

۱— الف) نادرست (یاخته‌های پشتیبان این نقش را دارند.)

ب) نادرست (در پایان پتانسیل عمل و نه در هنگام!)

پ) درست

ت) نادرست (سانتی‌متر ← میلی‌متر)

ث) درست

ج) نادرست (متمرکز ← پراکنده)

۲— الف) ام.اس یا MS یا مالتیپل اسکلروزیس

ب) اسبک مغز یا هیپوکامپ

ج) عصب

د) آهیانه یا گیجگاهی

۳— الف) پمپ سدیم - پتاسیم

ب) جلوگیری از انتقال بیش از حد پیام یا فراهم شدن امکان انتقال پیام جدید

ج) نفوذپذیری نسبت به یون پتاسیم بیشتر از سدیم است.

۴— الف) ۱- گیرندهٔ حسی پوست ۲- ریشهٔ پشتی ۳- ریشهٔ شکمی ۴- (استراحت) ماهیچهٔ سه‌سر

ب) انعکاس عقب‌کشیدن دست

پ) ۳، ریشهٔ شکمی

ت) شش سیناپس

ث) یک سیناپس مهاری

۵— الف) الف: تالاموس ب: مخچه

ب) بطن‌های ۱ و ۲ یا بطن‌های جانبی یا بطن‌های بالایی یا بطن‌های طرفی

۶— الف) پیوندی ب) مایع مغزی نخاعی

۷— الف) مغز میانی ب) بینایی و شنوایی

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۸— الف) تنفس ـ فشار خون ـ ضربان قلب

ب) عطسه ـ سرفه ـ بلع

۹— هر چه این شیارها بیشتر باشند، (یعنی قشر مخ چین‌خوردگی‌های بیشتری داشته باشد) سطح آن افزایش یافته و این افزایش سطح، باعث می‌شود پردازش بیشتر و بهتری نسبت به اطلاعات ورودی به خود، داشته باشد. علاوه بر این‌که نیازی به بزرگ‌شدن جمجمه هم نیست.

۱۰— هیپوکامپ، حافظهٔ کوتاه‌مدت ایجاد می‌کند، هم‌چنین می‌تواند نقشی را در تبدیل این حافظه به حافظهٔ بلندمدت داشته باشد.

۱۱— زیرا ممکن است حتی پس از سال‌ها که فرد مصرف مادهٔ اعتیادآور را ترک کرده، آن ماده چنان تغییراتی در مغز ایجاد کرده باشد که فرد باز در خطر مصرف مواد قرار گیرد.

۱۲— الف) یاخته‌های عصبی

ب) لذت و سرخوشی

۱۳— الف) چندین گره عصبی به هم جوش‌خورده شامل جسم یاخته‌ای نورون‌ها

ب) گره عصبی موجود در همان بند

۱۴— زیرا عملکرد آن‌ها به صورت غیرارادی است. یعنی تنظیم عمل ماهیچه‌های صاف و قلبی و غده‌ها را به صورت ناآگاهانه (غیرارادی) انجام می‌دهد و همیشه هم فعال است! بنابراین خودمختار نام‌گذاری شده است.

۱۵— این اعصاب جریان خون را به سوی عضلات اسکلتی بیشتر می‌کنند و به این طریق باعث عملکرد بهتر و بیشتر آن‌ها می‌شوند.

۱۶ــ باعث می‌شود این تحریک در تمام بدن هیدر منتشر شود. زیرا هیدر دارای شبکهٔ عصبی است و تمامی یاخته‌های عصبی این شبکه، با هم ارتباط دارند.

۱۷ــ خیر ـ زیرا اندازهٔ مغز را باید نسبت به وزن جاندار سنجید. در واقع اندازهٔ نسبی مغز مهم است نه خود اندازهٔ مغز.

۱۸ــ ۱۲ جفت عصب مغزی و ۳۱ جفت عصب نخاعی، دستگاه عصبی محیطی انسان را تشکیل می‌دهند.

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۲

۱ــ الف) درد
ب) مشیمیه ـ ماهیچه‌های
پ) بیشتر
ت) شنیدن ـ حفظ تعادل
ث) بزاق
ج) خط جانبی

۲ــ الف) نوک انگشتان و لب‌ها
ب) گیرندهٔ حس وضعیت
پ) لاکتیک اسید

۳ــ عواملی مانند تغییر شکل در اثر فشار، مواد شیمیایی و تغییر دما می‌توانند نفوذپذیری غشای یاختهٔ گیرنده به یون‌ها و در نتیجه پتانسیل غشای گیرنده را تغییر دهند.

۴ــ الف) گیرندهٔ شیمیایی ـ گیرندهٔ مکانیکی
ب) نوک انگشتان یا لب‌ها
ج) گیرندهٔ درد

۵— الف) مخ
ب) بخش شمارهٔ ۱
ج) خط جانبی ماهی مشابه **مجاری نیم‌دایره گوش انسان** است.

۶— الف) قرنیه و عدسی ب) زجاجیه

۷— الف) آکسون ب) نقطهٔ کور

۸— الف) مخروطی و استوانه‌ای ب) مخروطی

۹— پلک، مژه‌ها، بافت چربی روی کرهٔ چشم، اشک و حفرهٔ استخوانی کاسهٔ چشم از چشم‌ها محافظت می‌کنند.

۱۰— زیرا در این ناحیه گیرنده‌های مخروطی فراوان‌تر بوده و این گیرنده‌ها در دقت و تیزبینی نقش دارند.

۱۱— نور، مادهٔ حساس به نور که درون گیرنده‌های نوری وجود دارد را تجزیه می‌کند و سپس واکنش‌هایی به راه می‌افتد که نهایتاً به ایجاد پتانسیل عمل (پیام عصبی) منجر می‌شود.

۱۲— در اندام‌های حسی انسان قرار دارند و شامل گیرنده‌های حس بینایی، شنوایی، تعادل، بویایی و چشایی هستند.

۱۳— مردمک می‌تواند به طور غیرارادی تنگ و گشاد شود و میزان نور ورودی به چشم را تنظیم کند. (البته پلک‌ها نیز می‌توانند با بالا یا پایین‌آمدن، باعث تنظیم نور ورودی به چشم به صورت ارادی شوند.)

۱۴— زیرا قرنیه مویرگ خونی ندارد. بنابراین باید مواد مورد نیاز خود را از زلالیه دریافت کند.

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۵— الف) کوچک‌تر می‌شود ب) همگرا

۱۶— بخش دهلیزی

۱۷— غده‌هایی درون مجرا که موادی را ترشح می‌کنند و موهای کرک‌مانند درون مجرا هر دو نقش حفاظتی دارند.

۱۸— مژک‌های این یاخته‌ها با چرخش یا حرکت سر، تحریک شده و پیام عصبی تولید می‌شود.

۱۹— مژک‌های این یاخته‌ها با پوشش ژلاتینی در تماس‌اند. با لرزش مایع درون بخش حلزونی، مژک‌های آن‌ها خم می‌شوند و کانال‌های یونی غشای آن‌ها باز شده و پیام عصبی تولید می‌شود.

۲۰— استخوان‌های گوش میانی باعث این انتقال می‌شوند. وقتی پردهٔ صماخ مرتعش می‌شود باعث لرزیدن استخوان چکشی می‌شود و این استخوان باعث انتقال انرژی به استخوان سندانی و سپس رکابی می‌گردد. سپس دریچهٔ بیضی که به استخوان رکابی متصل است لرزیده و مایع درون حلزون را به لرزش درمی‌آورد.

۲۱— وقتی جانوری حرکت می‌کند، آب محیط را به حرکت درمی‌آورد و حرکت آب اطراف ماهی باعث حرکت آب داخل کانال‌های خط جانبی می‌شود که باعث حرکت مادهٔ ژلاتینی و نهایتاً حرکت (خم‌شدن) مژک‌ها شده و پیام عصبی ایجاد می‌شود.

۲۲— شبیه گیرنده‌های چشایی. زیرا هر دو، گیرندهٔ شیمیایی بوده و مولکول‌های شیمیایی غذا می‌توانند آن‌ها را تحریک کنند.

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۳

۱ــ
ارادی
انعکاس
تار ماهیچه‌ای
سارکومر
خط Z

۲ــ نادرست؛ بلندکردن وزنه، نوعی حرکت سریع است و تارهای تند مسئول این نوع انقباض‌ها هستند.

نادرست؛ به ازای انقباض یک ماهیچه، فرایند لیزخوردن و اتصال و جداشدن سرهای میوزین، صدها مرتبه در ثانیه تکرار می‌شود.

نادرست؛ کاهش طول سارکومر به دلیل اتصال سرهای میوزینی به جایگاه‌های اکتینی صورت می‌گیرد.

نادرست؛ بسیاری از ماهیچه‌های بدن هر دو نوع یاخته را دارند و برخی فقط یکی از دو نوع را دارند.

درست

۳ـ کرآتین فسفات

۴ــ الف) سرعت انقباض

ب) یاخته‌های سریع (تند) و یاخته‌های کُند

یاخته‌های کند	یاخته‌های تند
۱- سرعت انقباض کُند است.	۱- سریع منقبض می‌شوند.
۲- ویژهٔ حرکات استقامتی است.	۲- مسئول انجام حرکات سریع هستند.
۳- مقادیر زیادی میوگلوبین دارند.	۳- میوگلوبین کم‌تری دارند.
۴- مقدار زیادی میتوکندری دارند.	۴- میتوکندری کم‌تری دارند.

۵ــ در شروع انقباض، پس از آزادشدن کلسیم از شبکهٔ آندوپلاسمی، با توقف پیام عصبی این یون به سرعت، به روش انتقال فعال، به این اندامک بازمی‌گردد. اکتین و میوزین از هم جدا می‌شوند و در این حال سارکومر وارد حالت استراحت می‌شود.

الف) هر تارچهٔ ماهیچه‌ای از واحدهای تکراری به نام سارکومر تشکیل یافته است.

ب) وجود رشته‌های پروتئینی نازک اکتین و ضخیم میوزین دلیل مخطط به نظر رسیدن تارچهٔ ماهیچه‌ای هستند.

۶ــ الف) بافت پیوندی رشته‌ای

ب) غلاف‌های پیوندی دسته‌تارهای مختلف، در انتها به صورت طنابی محکم به نام زردپی درمی‌آیند.

۷ــ پروتئین‌هایی مانند کلاژن و مواد معدنی

۸ــ بافت پیوندی

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۴

۱— الف) عصبی ـ هورمون　　ب) سکرتین

پ) پرولاکتین　　ت) کاهش

ث) مرکزی ـ افزایش　　ج) برخلاف

۲— هورمون محرک تیروئید، هورمون محرک فوق کلیه و هورمون‌های محرک غده‌های جنسی

۳— ضدادراری و اکسی‌توسین

۴—الف) هیپوتالاموس و هیپوفیز پیشین از طریق رگ‌های خونی با یکدیگر در ارتباط هستند.

ب)غدهٔ هیپوتالاموس از طریق ترشح هورمون‌های آزادکننده و مهارکننده، فعالیت غدهٔ هیپوفیز پیشین را تنظیم کرده و این غده با ترشح شش هورمون موجب تنظیم فعالیت‌های بدن و سایر غدد درون‌ریز می‌شود.

۵— الف) هیپوتالاموس با ترشح هورمون آزادکننده و یا مهارکننده، بر هیپوفیز پیشین اثر تحریکی یا مهاری گذاشته و این غده، هورمون رشد را ترشح کرده و یا ادامهٔ ترشح این هورمون را متوقف می‌کند.

ب) با تحریک رشد طولی استخوان‌های دراز، موجب افزایش اندازهٔ قد می‌شود.

پ) با تأثیر بر صفحات رشد، در نزدیکی دو سر استخوان دراز، موجب تحریک تقسیم یاخته‌های غضروفی این صفحات شده و با تولید یاخته‌های جدید، یاخته‌های استخوانی جانشین یاخته‌های غضروفی قدیمی‌تر می‌شوند و به این ترتیب استخوان رشد می‌کند.

۶ــ چند سال پس از بلوغ، صفحات رشد از حالت غضروفی به استخوانی تبدیل می‌شوند. در این حالت رشد استخوان متوقف می‌شود که اصطلاحاً می‌گویند، صفحات رشد بسته شده است.

۷ــ الف) بخش پسین، دو هورمون ساخته‌شده توسط هیپوتالاموس را ذخیره و ترشح می‌کند.

ب) هورمون‌های بخش پسین، در یاخته‌های هیپوتالاموس تولید شده و از طریق آکسون (آسه)ها به بخش پسین می‌رسند.

۸ــالف) هورمون پاراتیروئیدی در پاسخ به کاهش کلسیم خوناب ترشح می‌شود.

ب) ۱) آزادسازی کلسیم از مادهٔ زمینهٔ استخوان، ۲) افزایش بازجذب کلسیم در کلیه، ۳) فعال‌سازی ویتامین D جهت افزایش جذب کلسیم از روده

۹ــ هورمون‌های اپی‌نفرین و نوراپی‌نفرین در شرایط تنش، ترشح می‌شوند و با افزایش ضربان قلب، فشار خون و گلوکز خوناب و بازکردن نایژک‌ها در شش‌ها، بدن را برای پاسخ‌های کوتاه‌مدت آماده می‌کنند.

۱۰ــ بخش قشری با ترشح هورمون کورتیزول در برابر تنش‌های طولانی‌مدت، پاسخ دیرپا می‌دهد.

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۵

۱— نادرست؛ مونوسیت‌ها پس از خروج از خون تغییر می‌کنند.

نادرست؛ کرم‌های انگل با بیگانه‌خواری از بین نمی‌روند.

درست؛ گویچه‌های سفید (مثل نوتروفیل‌ها) با انجام عمل تراگذری، علاوه بر خون در بافت‌های دیگر هم یافت می‌شوند.

نادرست؛ اینترفرون نوع یک از یاختهٔ آلوده به ویروس ترشح می‌شود.

درست؛ به صورت غیرفعال وجود دارند.

درست

نادرست؛ لنفوسیت‌های B در مغز استخوان و لنفوسیت‌های T در تیموس بالغ می‌شوند.

درست

نادرست؛ هر لنفوسیت بالغ، فقط یک نوع خاص از پادگن را شناسایی می‌کند.

۲— الف) ۱- لایهٔ بیرونی ۲- یاختهٔ دندریتی (دارینه‌ای) ۳- رگ لنفی ۴- یاختهٔ ایمنی غیرفعال

ب) پوست و لولهٔ گوارش

۳— الف) نوتروفیل‌ها؛ زیرا دانه‌های (مواد دفاعی) زیادی حمل نمی‌کنند و چابک‌اند.

ب) این پروتئین‌ها محلول در خوناب هستند و هنگامی که میکروبی به بدن نفوذ کند، فعال می‌شوند.

۴— نوعی گویچهٔ سفید به نام ائوزینوفیل‌ها وجود دارند که به جای بیگانه‌خواری، محتویات دانه‌های خود را به روی انگل می‌ریزند.

۵— از یاخته‌های کشندهٔ طبیعی و لنفوسیت T ترشح می‌شود و درشت‌خوارها را فعال می‌کند و نقش مهمی در مبارزه علیه یاخته‌های سرطانی دارد.

۶—از میان لنفوسیت‌های B با گیرنده‌های مختلف، آن لنفوسیتی که پادگن را شناسایی می‌کند به سرعت تکثیر می‌شود و یاخته‌های پادتن‌ساز را پدید می‌آورد که پادتن را ترشح می‌کند. پادتن ترشح‌شده به گردش درمی‌آید و هر جایی با میکروب و یا با پادگن‌های محلول برخورد کرد آن‌ها را نابود یا بی‌اثر می‌کند.

۷— الف) نفوذپذیری ب) بیگانه‌بودن

۸— نوتروفیل‌ها و مونوسیت‌ها

۹— پروتئین‌های مکمل فعال‌شده، با کمک یکدیگر ساختارهای حلقه‌مانندی را روی غشای میکروب ایجاد می‌کنند که مشابه یک منفذ عمل می‌کند. این منافذ عملکرد غشای یاخته‌ای میکروب را در کنترل ورود و خروج مواد مختل می‌کنند.

۱۰— گیرندهٔ پادگنی

۱۱— کزاز

۱۲— دفاع اختصاصی به نوع عامل بیگانه بستگی دارد و تنها بر همان عامل مؤثر است.

۱۳— الف) I) A II) C

III) D IV) B

ب) D پ) A، B، C و D

۱۴– وقتی یک لنفوسیت B، پادگنی را شناسایی می‌کند به سرعت تکثیر می‌شود و یاخته‌هایی به نام پادتن‌ساز را پدید می‌آورد.

۱۵– پادتن‌ها همراه با مایعات بین یاخته‌ای، خون و لنف به گردش درمی‌آیند تا با میکروب‌ها برخورد کنند.

۱۶– خاصیت حافظه‌دار بودن

۱۷– ایمنی فعال

۱۸– ایمنی غیرفعال

۱۹– الف) ویروس HIV ب) در دستگاه ایمنی بدن فرد

پ) بین ۶ ماه تا ۱۵ سال

۲۰– **خط دفاعی دوم**

خط دفاعی اول

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۶

۱ــ پروتئین

معینی

دوک تقسیم

متافاز

پرومتافاز ـ تلوفاز

دستگاه گلژی

نشانگان

۲ــ الف) پوشش هسته دوباره تشکیل می‌شود.

ب) ساختار چهارکروماتیدی تتراد تشکیل می‌شود.

پ) کروماتیدهای خواهری هر کروموزوم از هم جدا می‌شوند/ و به سوی قطبین یاخته حرکت می‌کنند.

ت) تترادها در استوای یاخته، روی رشته‌های دوک قرار می‌گیرند.

۳ــ الف) تصویری از کروموزوم‌ها با حداکثر فشردگی است که براساس ۱- اندازه ۲- شکل و ۳- محل قرارگیری سانترومرها، مرتب و شماره‌گذاری شده‌اند (بیان یک مورد کافی است).

ب) به جانداری می‌گویند که یاخته‌های پیکری آن‌ها از هر کروموزوم، دو نسخهٔ شبیه به هم دارند و با نماد $2n$ آن‌ها را نشان می‌دهند.

۴ــ الف) فرایند تقسیم سیتوپلاسم ـ مربوط به یاختهٔ جانوری

ب) حلقهٔ انقباضی ـ مولکول‌های پروتئینی اکتین و میوزین

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۵ــ الف) ۱- کروماتین (فامینه) ۲- سانتریول‌ها (میانک‌ها) ۳- پوشش هسته
ب) در مرحلهٔ اینترفاز

۶ــ ۱۸ - ۷۲ **هر مولکول DNA: $18 \times 4 = 72$**

۱۸ کروموزوم دو کروماتیدی و هر کروماتید معادل یک مولکول DNA است.

۷ــ مولکول DNA حدود دو دور اطراف ۸ مولکول پروتئینی به نام هیستون می‌پیچد و ساختاری به نام نوکلئوزوم را ایجاد می‌کند.

مراحلی را که یک یاخته از پایان یک تقسیم تا پایان تقسیم بعدی می‌گذراند، چرخهٔ یاخته‌ای می‌گویند.

یاخته‌هایی که به طور موقت یا دائم تقسیم نمی‌شوند، معمولاً در مرحلهٔ G_1 متوقف می‌شوند. این یاخته‌ها به طور موقت یا دائم به مرحلهٔ G_0 وارد می‌شوند مانند نورون‌ها.

دو برابر شدن DNA هسته در این مرحله انجام می‌شود که نتیجهٔ همانندسازی است. (همانندسازی DNA فرایندی است که طی آن از مولکول DNA دو مولکول شبیه به هم، ایجاد می‌شود.)

این مرحله نسبت به مراحل قبلی اینترفاز کوتاه‌تر است و در آن یاخته‌ها آمادهٔ تقسیم یاخته‌ای می‌شوند. در این مرحله ساخت پروتئین‌ها و عوامل مورد نیاز برای تقسیم یاخته افزایش پیدا می‌کند و یاخته‌ها آمادهٔ تقسیم می‌شوند.

تجزیهٔ پروتئین اتصالی در ناحیهٔ سانترومر و کوتاه‌شدن رشته‌های دوک

به این علت که رشته‌های دوک بتوانند به کروموزوم‌ها برسند.

حرکت و جداشدن صحیح کروموزوم‌ها هنگام تقسیم هسته با ایجاد فرورفتگی در وسط یاخته شروع می‌شود و این فرورفتگی حاصل انقباض حلقه‌ای از جنس اکتین و میوزین است که مانند کمربندی در سیتوپلاسم قرار می‌گیرد و به غشا متصل است. با تنگ‌شدن این کمربند در نهایت دو یاخته از هم جدا می‌شوند.

۸— الف - آنافاز ۲ ب – ۴ سانترومر پ -۸ کروموزوم های اولیه

۹— الف-۱ - تعیین تعداد کروموزوم ها ۲- تشخیص نا هنجاری های کروموزومی

ب- مرحله G۱ طولانی تر است.

پ- مغز استخوان پیاز مو و پوشش دستگاه گوارش

ت- مرحله متافاز

ث- نوکلئوزوم

۱۰— الف)سلامت DNA را برسی می کند

ب)سلول های ماهیچه ای حاصل ادغام چند سلول جنینی هستند

ج)مرگ برامه ریزی شده

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۷

۱— الف) نادرست (هورمون جنسی مردانه ← اسپرم)

ب) درست

پ) نادرست (ثانویه ← اولیه)

ت) درست

۲— الف) هیپوفیز پیشین ب) آزادکننده

پ) اووسیت ثانویه ت) هفتهٔ دهم

۳—الف) اووسیت (مام‌یاخته) ثانویه و اولین جسم قطبی

ب) اولین و دومین جسم قطبی

پ) اووگونی (مامه‌زا) و اووسیت اولیه

۴— **الف) اووسیت اولیه دیپلوئید ولی اووسیت ثانویه هاپلوئید است.**

ب) دیوارهٔ داخلی رحم

ج) نظم عادت ماهانه

د) حرکت زوائد انگشت مانند شیپور فالوپ - انقباض دیواره و زنش مژک های دیوارهٔ لولهٔ رحم

ه) تبدیل فولیکول به جسم زرد و افزایش فعالیت ترشحی جسم زرد

۵— **الف)** سلول های تروفوپلاست

ب)سرخرگ ها

ج)هنگامی که خطری برای تولد جنین وجود دارد

۶— **الف) ضمن ادغام غشای اسپرم با اووسیت به وجود می آید و از ورود اسپرم های دیگر به اووسیت جلوگیری می کند**

ب) همسان

ج) مثبت

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۷- پرسش های تشریحی

۱- الف) این غدد مایعی غنی از فروکتوز را به اسپرم‌ها اضافه می‌کنند، این مواد انرژی لازم برای فعالیت اسپرم‌ها را فراهم می‌کنند.

ب) زیر پروستات قرار دارند. این غدد ترشحات قلیایی و روان‌کننده‌ای را به مجرای میزراه اضافه می‌کنند.

۲- به مجموع ترشحات حاصل از غدد پیازی میزراهی، وزیکول سمینال و پروستات به همراه محتوای اسپرم‌های تولیدی، که اسپرم‌ها را به بیرون از بدن منتقل می‌کنند، مایع منی گفته می‌شود.

۳- خروج ادرار از مثانه و خروج اسپرم (همراه مایع منی) از بدن.

۴- الف) غدد جنسی (تخمدان‌ها)، رحم، لوله‌های رحم، گردن رحم، واژن

ب) ۱) تولید یاختهٔ جنسی ماده یا تخمک

۲) انتقال یاخته‌های جنسی ماده به سمت رحم

۳) ایجاد شرایط مناسب برای لقاح اسپرم و تخمک

۴) حفاظت و تغذیهٔ جنین در صورت تشکیل

۵) تولید هورمون‌های جنسی زنانه

۵- در دوران بارداری و در زمان قاعدگی دچار تغییراتی می‌شود.

۶- این دوره با قاعدگی شروع می‌شود که در آن لایهٔ داخلی رحم و رگ‌های خونی آن تخریب می‌شوند و مخلوطی از خون و بافت‌های تخریب‌شده از بدن خارج می‌شود.

۷– معمولاً در زن‌های سالم، بین ۴۵ تا ۵۰ سالگی، عادت ماهیانه متوقف می‌شود که این پدیده را یائسگی می‌نامند.

۸– الف) بعد از هر بار تقسیم هسته در میوز

ب) یک یاختهٔ بزرگ و یک یاختهٔ کوچک‌تر به نام جسم قطبی

پ) هدف آن رسیدن مقدار بیشتری از سیتوپلاسم و اندامک‌ها به تخمک است.

ت) یاختهٔ بزرگ حاصل، بتواند در مرحلهٔ اولیهٔ رشد و نمو جنین، نیازهای آن را برآورده کند.

۹– در اطراف اووسیت دو لایه وجود دارد. لایهٔ خارجی، که باقی‌ماندهٔ یاخته‌های فولیکولی است و لایهٔ داخلی که شفاف و ژله‌ای است.

الف) چون تقسیمات یاخته‌ای میتوزی در تخم (زیگوت) انجام می‌شود، بدون این‌که در یاخته رشد اتفاق بیفتد.

ب) یاخته‌های تروفوبلاستِ بلاستوسیست، آنزیم‌های هضم‌کننده‌ای را ترشح می‌کنند که یاخته‌های جدار رحم را تخریب کرده و حفره‌ای ایجاد می‌کند که بلاستوسیست در آن جای می‌گیرد.

۱۰– در حین تقسیمات اولیهٔ تخم ممکن است یاخته‌های بنیادی از هم جدا شوند، یا تودهٔ درونی بلاستوسیست به دو یا چند قسمت تقسیم شود. در این حالت بیش از یک جنین شکل می‌گیرند که این جنین‌ها، همسان هستند.

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۹— الف) تروفوبلاست ب) حفاظت و تغذیه جنین
ج) HCG د) کوریون

۱۰— الف)کوسه ماهی

ب)تخم هایش را زیر خاک پنهان میکند

ج)دوره جنینی در دوزیستان کوتاه است

د)دو طرفی

ه)زنبور عسل

پاسخنامه زیست یازدهم فصل ۸

درست

نادرست؛ در فن کشت‌بافت، یاخته و بافت با تقسیم **میتوز** توده‌ای از یاخته‌های هم‌شکل را به وجود می‌آورند.

درست

نادرست؛ در میوه‌هایی مانند پرتقال بدون دانه، لقاح تخم‌زا و اسپرم (گامت نر) صورت نمی‌گیرد و میوه، بدون دانه می‌شود و در نتیجه فاقد لپه است.

نادرست؛ پس از تشکیل تا مدتی رشد آن متوقف می‌شود.

درست

درست؛ با توجه به شکل کتاب، دارای گل نر و گل مادهٔ مجزا بوده و گل آن تک‌جنسی است.

نادرست؛ گل‌های ناکامل ممکن است یکی از حلقه‌ها را نداشته باشند.

نادرست؛ ممکن است گل ناکاملی حلقهٔ اول و دوم را نداشته باشد ولی حلقهٔ سوم و چهارم، یعنی پرچم و مادگی را داشته و دوجنسی باشد.

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۲— الف - زیرا اسپرم آنها فاقد وسیلهٔ حرکتی است. ب- ۷سلول
پ- انتقال مواد غذایی از درونّ دانه به رویان در حال رشد

۳—الف) سیب‌زمینی ب) توت فرنگی
ج) زنبق د) نرگس و لاله

۴—یاخته رویشی و یاختهٔ زایشی

۵— الف) رویش رو زمینی ب) رویش زیر زمینی

۶—این گیاهان تعداد فراوانی گلهای کوچک تولید می‌کنند و فاقد رنگهای درخشان، بوهای قوی و شیره‌اند.

۷— الف)نارگیل-تقسیم هسته انجام میدهد اما تقسیم سیتو پلاسم انجام نمی دهد.

ب)در سال دوم ساقه گل دهنده ایجاد می شود و مواد ذخیره شده در ریشه مصرف می شود.

ج)با استفاده از تنظیم کننده های رشد مثل اکسین یا جیبرلین

پاسخنامه آزمون زیست یازدهم فصل ۹

۱— الف) سیتوکینین ← ۱- تحریک تقسیم یاخته‌ای ۲- به تأخیر انداختن پیرشدن اندام‌های هوایی گیاه ۳- ساقه‌زایی

ب) آبسزیک اسید ← ۱- بسته‌شدن روزنه‌ها ۲- جلوگیری از رویش دانه ۳- جلوگیری از رشد جوانه‌ها

پ) اکسین ← ۱- افزایش رشد طولی یاخته‌ها در ساقه ۲- تحریک ریشه‌زایی در قلمه‌ها ۳- درشت‌کردن میوه‌ها

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۲ــ الف) توقف رویش دانه‌ها ب) ریزش برگ‌ها هنگام کاهش دما
پ) حفاظت از جوانه‌ها با برگ‌های پولک‌مانند

۳ــ پیچش ساقه ـ تاشدن برگ ـ بسته‌شدن برگ

۴ــ الف)انگلی

ب)سالیسیلیک اسید-از سلول الوده به ویروس ازاد می شود.

ج)میوه ها در این گیاه رسیده نمی شوند.

دیواره سلولی

۵ــ الف)این گیاه گل نخواهد داد

ب)رشد سلول ها در محل تماس کاهش می یابد

ج)به اثر باز دارندگی جوانه راسی بر رشد جوانه های جانبی چیرگی راسی می گویند.

د)برای به دست اوردن غذای بیشتر و حفظ بقا

۶ــ نوک ساقه

نور یک‌سویه سبب حرکت اکسین از سمت مقابل نور به سمت دور از نور می‌گردد. به عبارت دیگر، تابش نور سبب تجمع اکسین در سمت دیگر (سایه ـ دور از نور) می‌گردد.

رشد جهت‌دار اندام‌های گیاه در پاسخ به نور یک‌جانبه را نورگرایی گویند.

رویش دانه‌ها و جوانه‌ها، بازبودن روزنه‌ها

آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ دیواره

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون شیمی یازدهم فصل ۱

۱— آ) تجربی　　ب) کاهش

پ) شیمیایی　　ت) انبوهی

۲— آ) نادرست – کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

ب) نادرست – در دوره سوم ۲ نافلز(کلر و آرگون) در دمای اتاق به حالت گاز هستند.

پ) درست

ت) درست

۳— آ) نافلزها ۱) شکننده هستند. ـ ۲) رسانایی الکتریکی ندارند. ـ ۳) سطح کدری دارند

ب) ۱) بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی ـ ۲) واکنش ندادن با مواد موجود در بدن انسان ـ ۳) رسانایی الکتریکی بالا و حفظ رسانایی در شرایط دمایی گوناگون.

پ) اتم کربن برخلاف دیگر نافلزها ۱) رسانایی الکتریکی دارد

ـ ۲) تبدیل به آنیون تک اتمی نمی‌شود (در ترکیبات یونی شرکت نمی‌کند)

۴— آ) ۱۰ الکترون　　ب) سدیم، منیزیم، آلومینیم

پ) آلومینیم و سیلیسیم

ت) بیشترین خصلت فلزی مربوط به عنصر A یا Na

و بیشترین خصلت نافلزی در نمودار نیز متعلق به عنصر G یا Cl است

۵— آ) تجدیدناپذیر

ب) ابتدا جرم خالص نمونهٔ کلسیم را به دست می‌آوریم:

$$?\,g\,Ca = ۶۷/۲\,L\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲۲/۴L\,H_۲} \times \frac{۱\,mol\,Ca}{۱\,mol\,H_۲} \times \frac{۴۰\,g\,Ca}{۱\,mol\,Ca} = ۱۲۰\,g$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{۱۲۰}{۲۰۰} \times ۱۰۰ = ۶۰$$

۶– آ) ابتدا مقدار نظری مس را به دست می‌آوریم:

$$?\,g\,Cu = ۱۰۸\,g\,Al \times \frac{۱\,mol\,Al}{۲۷\,g\,Al} \times \frac{۳\,mol\,Cu}{۲\,mol\,Al} \times \frac{۶۴\,g\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = ۳۸۴\,g$$

اکنون می‌توان مقدار عملی مس را نیز به دست آورد:

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۲۵ = \frac{\text{مقدار عملی}}{۳۸۴} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{مقدار عملی} = ۹۶\,g$$

ب) مس (II) سولفات $(CuSO_۴)$، جزء واکنش‌دهنده‌های این واکنش به حساب می‌آید و به مرور زمان غلظت آن کاهش می‌یابد؛ درنتیجه با گذشت زمان از شدت رنگ آبی محلول کاسته می‌شود

۷– آ) ساختار ۱ – چون در ساختار ۱، هر اتم کربن فقط به یک یا دو اتم کربن دیگر متصل است.

ب) رسم فرمول پیوند – خط ترکیب ۱

پ) کربن و هیدروژن

۸–

وقتی آلومینیم درصد خلوص دارد؛ یعنی سؤال جرم آلومینیم ناخالص را خواسته است.

$$?\,g\,Al_{\text{ناخالص}} = ۴۰\,g\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۲\,mol\,Al}{۳\,mol\,H_۲} \times \frac{۲۷\,g\,Al_{\text{خالص}}}{۱\,mol\,Al} \times \frac{۱۰۰\,g\,Al_{\text{ناخالص}}}{۸۵\,g\,Al_{\text{خالص}}} = ۴۲۳/۵\,g\,Al_{\text{ناخالص}}$$

۹– جرم سدیم ناخالص ۸ گرم است. ابتدا جرم سدیم خالص را حساب می‌کنیم.

$$?\,g\,Na = ۰/۲\,g\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۲\,mol\,Na}{۱\,mol\,H_۲} \times \frac{۲۳\,g\,Na_{\text{خالص}}}{۱\,mol\,Na} = ۴/۶\,g\,Na_{\text{خالص}}$$

$$\text{درصد خلوص } Na = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۴/۶\,g}{۸\,g} \times ۱۰۰ = ٪۵۷/۵$$

۱۰– الف)

$$?\,g\ MnO_2\ \text{خالص} = ۳۷۴\ mL\ Cl_2 \times \frac{۱\ L\ Cl_2}{۱۰۰۰\ mL\ Cl_2} \times \frac{۱\ mol\ Cl_2}{۲۲/۴\ L\ Cl_2}$$

$$\times \frac{۱\ mol\ MnO_2}{۱\ mol\ Cl_2} \times \frac{۸۷\ g\ MnO_2\ \text{خالص}}{۱\ mol\ MnO_2} = ۱/۴۵\ g\ MnO_2\ \text{خالص}$$

ب)

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵ = \frac{۱/۴۵\ g}{x} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۱/۹۳\ g\ MnO_2\ \text{ناخالص}$$

۱۱– الف)

$$NH_4NO_3 = ۲(۱۴) + ۴(۱) + ۳(۱۶) = ۸۰\ g.mol^{-۱}$$

$$?\,L\ N_2O = ۴\ g\ NH_4NO_3 \times \frac{۱\ mol\ NH_4NO_3}{۸۰\ g\ NH_4NO_3} \times \frac{۱\ mol\ N_2O}{۱\ mol\ NH_4NO_3}$$

$$\times \frac{۲۲/۴\ L\ N_2O}{۱\ mol\ N_2O} = ۱/۱۲\ L\ N_2O$$

ب)

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۴۴۸\ L}{۱/۱۲\ L} \times ۱۰۰ = ٪۴۰$$

۱۲– مقدار عملی O_2، ۳۳/۶ لیتر است.

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۹۸ = \frac{۳۳/۶\ L\ O_2}{x} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۳۴/۳\ L\ O_2$$

$$KClO_3 = ۳۹ + ۳۵/۵ + ۳(۱۶) = ۱۲۲/۵\ g.mol^{-۱}$$

$$?\,g\ KClO_3\ \text{ناخالص} = ۳۴/۳\ L\ O_2 \times \frac{۱\ mol\ O_2}{۲۲/۴\ L\ O_2} \times \frac{۲\ mol\ KClO_3}{۳\ mol\ O_2} \times \frac{۱۲۲/۵\ g\ KClO_3\ \text{خالص}}{۱\ mol\ KClO_3} \times \frac{۱۰۰\ g\ KClO_3\ \text{ناخالص}}{۸۰\ g\ KClO_3\ \text{خالص}}$$

$$= ۱۵۶/۳\ g\ KClO_3\ \text{ناخالص}$$

۱۳-

$$\text{نظری } ? \text{ mL } O_2 = 140 \text{ g } KClO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{70 \text{ g } KClO_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g } KClO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122/5 \text{ g } KClO_3 \text{ خالص}}$$

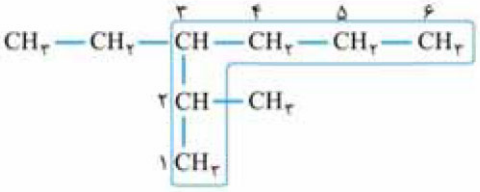
$$\times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} \times \frac{22/4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{1000 \text{ mL } O_2}{1 \text{ L } O_2} = 26880 \text{ mL } O_2 \text{ نظری}$$

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{26880 \text{ mL } O_2} \times 100 \Rightarrow x = 21504 \text{ mL } O_2$$

۱۴-

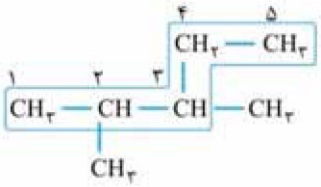
(۱) انتخاب زنجیر اصلی، (۲) شماره‌گذاری زنجیر اصلی، (۳) نوشتن موقعیت شاخه‌ها و نام شاخه‌ها و در آخر نام زنجیر اصلی

الف)



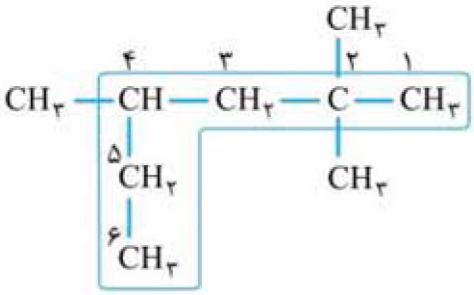
۳ـ اتیل ـ ۲ـ متیل هگزان

ب)



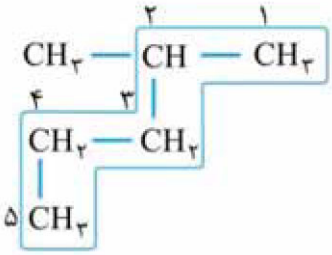
۲، ۳ـ دی‌متیل پنتان

پ)



۲، ۲، ۴ـ تری‌متیل هگزان

ت)

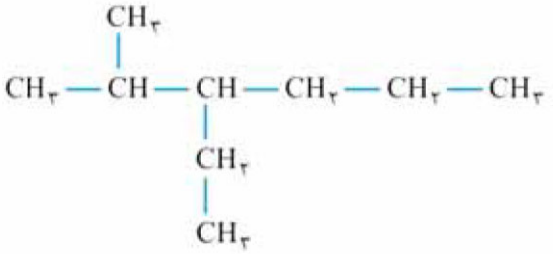


۲ـ متیل پنتان

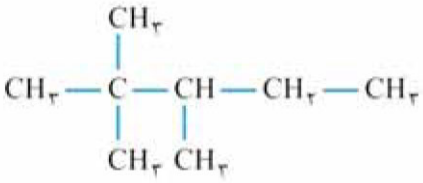
۱۵-

(۱) رسم زنجیر اصلی، (۲) وصل‌کردن شاخه‌های فرعی با توجه به موقعیت و نام آن‌ها

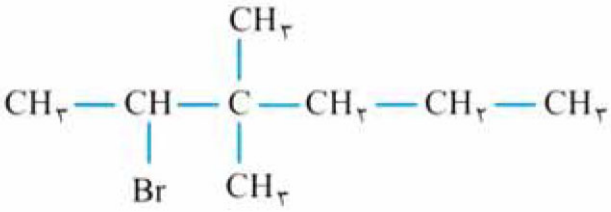
الف)



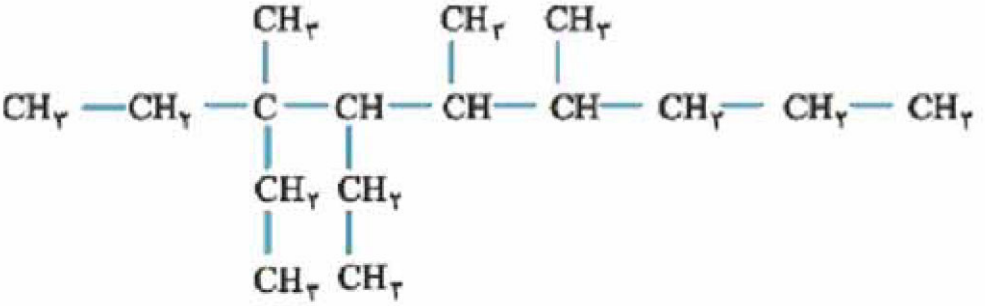
ب)



پ)

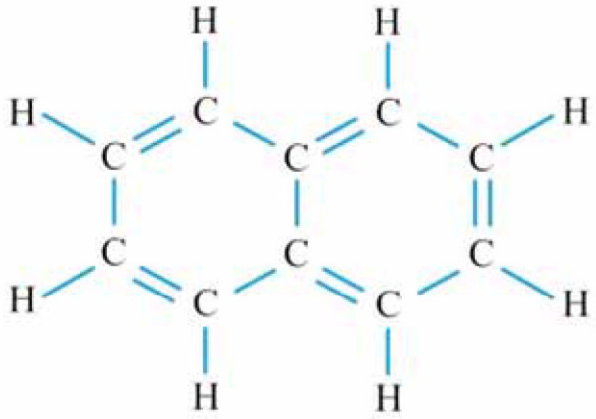


ت)



۱۶-

الف)



ب) $C_{10}H_8$

پ) ترکیب‌های آروماتیک

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۷ــ آ) اتانول

ب) استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب‌زمینی و ذرت

پ) مس زیرا درصد فلز مس در سنگ‌معدن آن، کمتر از درصد فلز مس استخراج شده از خاکستر حاصل از سوزاندن یک کیلوگرم گیاه است

پاسخنامه آزمون شیمی یازدهم فصل ۲

۱ــ الف) افزایش وزن　　ب) قند خون ـ آهن　　پ) نامنظم

ت) میانگین تندی و انرژی جنبشی　　ث) برخلاف ـ دارد　　ج) برخلاف

۲ــ نقره؛ چون گرمای ویژهٔ نقره کم‌تر است، مقاومت آن در برابر تغییر دما کم‌تر خواهد بود؛ بنابراین دمای آن بیشتر افزایش می‌یابد.

۳ــ

$$Q = -۵۷/۶\ J \quad , \quad m = ۱۶\ g \quad , \quad \Delta\theta = -۵\ ^\circ C$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta\theta} = \frac{-۵۷/۶\ J}{۱۶\ g \times (-۵\ ^\circ C)} = ۰/۷۲\ J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$$

۴ــ

$$Q = ۰/۶۴۴\ kJ \times \frac{۱۰۰۰\ J}{۱\ kJ} = ۶۴۴\ J \quad , \quad \Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱ = ۲۵ - (-۱۰) = ۳۵\ ^\circ C$$

$$c = ۰/۹۲۰\ J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{۶۴۴\ J}{۰/۹۲۰\ J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱} \times ۳۵\ ^\circ C} = ۲۰\ g$$

7OSTAD.IR　(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۵ــ گرماشیمی یا ترموشیمی شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمّی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تأثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد.

۶ــ ۱) نوع مواد واکنش‌دهنده و فراورده

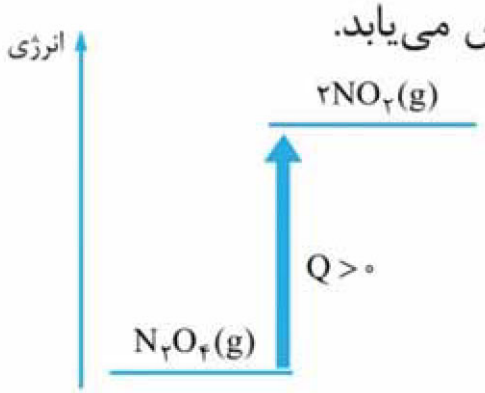
۲) حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش

۳) مقدار واکنش‌دهنده‌ها

۷ــ الف) در این واکنش گرما مصرف شده است، بنابراین واکنش گرماگیر است و باید «Q» را سمت واکنش‌دهنده‌ها بنویسیم:

$$N_2O_4(g) + Q \rightarrow 2NO_2(g)$$

ب) در فرایندهای گرماگیر، انرژی سامانه افزایش می‌یابد.



۸ــ

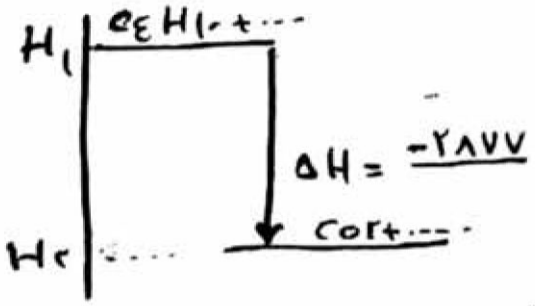
$$C_3H_7OH = 3(12) + 8(1) + 1(16) = 60\ g.mol^{-1}$$

$$?J = 0/36\ g\,C_3H_7OH\,(l) \times \frac{1\ mol\,C_3H_7OH\,(l)}{60\ g\,C_3H_7OH\,(l)} \times \frac{-4020\ kJ}{2\ mol\,C_3H_7OH\,(l)}$$

$$\times \frac{1000\ J}{1\ kJ} = -12060\ J$$

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۹–



$$Q = m.c.\Delta\theta = ۲۵۰۰ \times ۴/۲ \times ۴۰ = ۴۲\,kJ$$

$$g\ \text{بوتان}? = ۴۲\,kJ \times \frac{۵۸۰}{-۲۸۷۷\,kJ} = ۰/۸۵\,g$$

۱۰– الف) آنتالپی ب) گرما

پ) فرازش (تصعید) ـ چگالش

۱۱– در شرایط STP، ۱ مول از هر گازی، ۲۲/۴ لیتر حجم دارد.

$$?kJ = ۲/۸\,L\,CH_۴(g) \times \frac{۱\,mol\,CH_۴(g)}{۲۲/۴\,L\,CH_۴(g)} \times \frac{-۸۹۰\,kJ}{۱\,mol\,CH_۴(g)} = -۱۱۱/۲۵\,kJ$$

۱۲– طبق معادلهٔ واکنش، هرگاه ۳ مول از مواد واکنش‌دهنده با هم به طور کامل واکنش دهند و چیزی از آن‌ها باقی نماند، ۴۸۴ کیلوژول گرما آزاد می‌شود:

در این‌جا، ۷/۵ لیتر مواد واکنش‌دهنده در STP، مصرف شده است؛ بنابراین:

$$۳\,mol\ \text{مواد واکنش‌دهنده} \cong -۴۸۴\,kJ$$

$$?kJ = ۷/۵\,L\ \text{مواد واکنش‌دهنده} \times \frac{۱\,mol\ \text{مواد واکنش‌دهنده}}{۲۲/۴\,L\ \text{مواد واکنش‌دهنده}} \times \frac{-۴۸۴\,kJ}{۳\,mol\ \text{مواد واکنش‌دهنده}} \simeq -۵۴/۰\,kJ$$

۱۳- الف)

$$Q = ۱۵/۲۴\ kJ \times \frac{۱۰۰۰\ J}{۱\ kJ} = ۱۵۲۴۰\ J \text{ ، } c_{\text{آب}} = ۴/۲\ J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱} \text{ و } m = ۱۰۰\ g$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{۱۵۲۴۰\ J}{۱۰۰\ g \times ۴/۲\ J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}} = ۳۶/۴\ {}^{\circ}C$$

ب) به ازای ۱ گرم Al، ۱۵/۲۴ کیلوژول گرما آزاد شده است:

طبق معادلهٔ موازنه‌شده، آنتالپی واکنش (ΔH) هم‌ارز با مصرف ۲ مول Al است:

$$۱\ g\ Al \cong -۱۵/۲۴\ kJ$$

$$\Delta H = ?\ kJ = ۲\ mol\ Al \times \frac{۲۷\ g\ Al}{۱\ mol\ Al} \times \frac{-۱۵/۲۴\ kJ}{۱\ g\ Al} = -۸۲۲/۹۶\ kJ$$

۱۴- الف)

$$CO_۲(s) \rightarrow CO_۲(g) \qquad \Delta H = +۲۵\ kJ$$

ب)

$$H\text{—}Cl\,(g) \rightarrow H(g) + Cl(g) \qquad \Delta H = +۴۳۱\ kJ$$

۱۵-

در واکنش مقابل، ۳ مول پیوند «N—H» می‌شکند؛ بنابراین آنتالپی آن برابر $۳ \times \Delta H_{(N-H)}$ خواهد بود.

$$NH_۳(g) \rightarrow N(g) + ۳H(g) \qquad \Delta H = ۳ \times \Delta H_{(N-H)}$$

$$۴\ g\ NH_۳(g) \cong +۲۷۶\ kJ$$

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = ۱\ mol\ NH_۳(g) \times \frac{۱۷\ g\ NH_۳(g)}{۱\ mol\ NH_۳(g)} \times \frac{+۲۷۶\ kJ}{۴\ g\ NH_۳(g)} = +۱۱۷۳\ kJ$$

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = ۳ \times \Delta H_{(N-H)} \rightarrow \Delta H_{(N-H)} = \frac{\Delta H_{(\text{واکنش})}}{۳} = \frac{+۱۱۷۳}{۳} = +۳۹۱\ kJ$$

۱۶–

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = [(1\ \text{mol} \times \Delta H_{(C=C)}) + (4\ \text{mol} \times \Delta H_{(C-H)}) + (1\ \text{mol} \times \Delta H_{(Br-Br)})]$$
$$-[(1\ \text{mol} \times \Delta H_{(C-C)}) + (4\ \text{mol} \times \Delta H_{(C-H)}) + (2\ \text{mol} \times \Delta H_{(C-Br)})]$$
$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = [(1\times 614) + (4\times 415) + (1\times 193)] - [(1\times 348) + (4\times 415) + (2\times 276)]$$
$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = -93\ \text{kJ}$$

۱۷–

الف) نادرست، آنتالپی سوختن یک ماده، هم‌ارز با آنتالپی واکنشی است که در آن **یک مول** ماده در اکسیژن کافی به طور کامل می‌سوزد.

ب) نادرست، گرمای حاصل از سوختن ۱ مول اتین (C_2H_2) **کم‌تر** از ۱ مول اتن (C_2H_4) است.

پ) درست

ت) درست

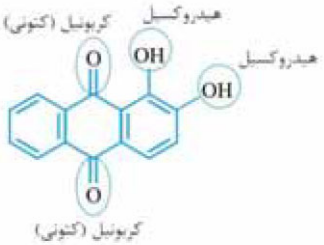
ث) نادرست، در میخک گروه عاملی **کتونی** وجود دارد.

ج) نادرست، **کربوهیدرات‌ها** در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.

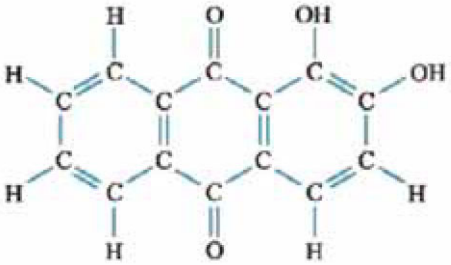
چ) نادرست، ارزش سوختی یک ماده، انرژی حاصل از سوختن یا اکسایش **۱ گرم** از آن ماده است.

۱۸–

الف)



ب)



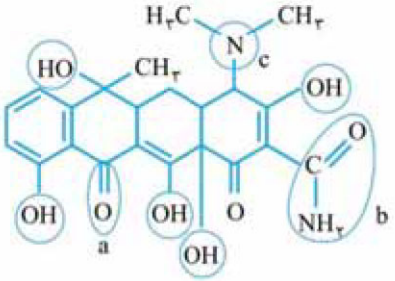
پ) $C_{14}H_8O_4$

۱۹–

الف) I) ۲۲ اتم کربن

II) ۵ گروه هیدروکسیل

III) ۵ پیوند دوگانهٔ $C=C$



ب) a ← کربونیل (کتونی) b ← آمیدی c ← آمینی

۲۰–

در واقع با خوردن ۵۰ گرم شکلات، ۹۰۰ کیلوژول انرژی به بدن شما رسیده است.

ارزش سوختی یعنی مقدار انرژی که به ازای ۱ گرم ماده حاصل می‌شود؛ بنابراین:

$$50\ \text{g شکلات} \cong 900\ \text{kJ}$$

$$\text{ارزش سوختی } (\text{kJ}) = 1\ \text{g شکلات} \times \frac{900\ \text{kJ}}{50\ \text{g شکلات}} = 18\ \text{kJ}$$

۲۱-

$$\text{مقدار انرژی (kJ)} = \underbrace{(۲۰۰\,g \times \frac{۱۱/۵\,kJ}{۱\,g})}_{\text{انرژی نان}} + \underbrace{(۵۰\,g \times \frac{۲۰\,kJ}{۱\,g})}_{\text{انرژی پنیر}} + \underbrace{(۱۵۰\,g \times \frac{۶\,kJ}{۱\,g})}_{\text{انرژی تخم‌مرغ}} + \underbrace{(۲۵۰\,g \times \frac{۳\,kJ}{۱\,g})}_{\text{انرژی شیر}}$$

$$= ۲۳۰۰\,kJ + ۱۰۰۰\,kJ + ۹۰۰\,kJ + ۷۵۰\,kJ = ۴۹۵۰\,kJ$$

۲۲- آنتالپی سوختن اتان مربوط به واکنش مقابل است: $\Delta H = -۱۵۶۰\,kJ$

$$C_۲H_۶(g) + \frac{۷}{۲}O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(l)$$

$$?\,L\,O_۲ = -۴۶/۸\,kJ \times \frac{\frac{۷}{۲}\,mol\,O_۲}{-۱۵۶۰\,kJ} \times \frac{۲۲/۴\,L\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۲/۳۵۲\,L\,O_۲$$

۲۳- واکنش (۱) وارونه شده است، پس ΔH آن قرینه می‌شود.

واکنش (۲) در ۳ ضرب شده است، پس ΔH آن نیز در ۳ ضرب می‌شود.

واکنش (۳)، هم وارونه شده و هم بر ۲ تقسیم شده است، پس ΔH آن در $(-\frac{۱}{۲})$ ضرب می‌شود.

$$\Delta H_۱ = -(\Delta H) = -(-۱۵۳۰\,kJ) = +۱۵۳۰\,kJ$$

$$\Delta H_۲ = ۳ \times (\Delta H) = ۳ \times (-۱۵۳۰\,kJ) = -۴۵۹۰\,kJ$$

$$\Delta H_۳ = (-\frac{۱}{۲}) \times (\Delta H) = (-\frac{۱}{۲}) \times (-۱۵۶۰\,kJ) = +۷۸۰\,kJ$$

۲۴–

$HNO_2(l)$ سمت راست با ضریب ۲، پس واکنش (۱) باید در (۲−) ضرب شود:

$$۱') \ 2NH_4NO_2(s) \rightarrow 2NH_3(g) + 2HNO_2(l) \qquad \Delta H_{1'} = +۲۹۱/۴ \ kJ$$

$NH_4NO_2(s)$ باید حذف شود، پس باید واکنش (۵) در (۲−) ضرب شود:

$$۵') \ 2N_2O(g) + 4H_2O(l) \rightarrow 2NH_4NO_2(s) \qquad \Delta H_{5'} = +۲۵۰/۴ \ kJ$$

$N_2O(g)$ باید حذف شود، پس باید واکنش (۲) را در ۲ ضرب کنیم:

$$۲') \ 6NO(g) \rightarrow 2N_2O(g) + 2NO_2(g) \qquad \Delta H_{2'} = -۲۳۳۸/۴ \ kJ$$

$NH_3(g)$ باید حذف شود، پس باید واکنش (۳) را بر ۲ تقسیم کنیم:

$$۳') \ 2NH_3(g) + \frac{5}{2}O_2(g) \rightarrow 2NO(g) + 3H_2O(l) \qquad \Delta H_{3'} = -۵۸۴/۶ \ kJ$$

$O_2(g)$ باید حذف شود، پس باید واکنش (۴) را در(۵−) ضرب کنیم:

$$۴') \ 5NO_2(g) \rightarrow 5NO(g) + \frac{5}{2}O_2(g) \qquad \Delta H_{4'} = +۲۸۳ \ kJ$$

$$3NO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(l) + NO(g) \qquad \Delta H = \Delta H_{1'} + \Delta H_{2'} + \Delta H_{3'} + \Delta H_{4'} + \Delta H_{5'}$$

$$\Delta H = (+۲۹۱/۴ \ kJ) + (-۲۳۳۸/۴ \ kJ) + (-۵۸۴/۶ \ kJ) + (+۲۸۳ \ kJ) + (+۲۵۰/۴ \ kJ) = -۲۰۹۸/۲ \ kJ$$

۲۵– الف) افزایش سرعت، به دلیل افزایش سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها

ب) افزایش سرعت، به دلیل افزایش دما

پ) کاهش سرعت، به دلیل کاهش سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها

۲۶– الف) نمودار مربوط به واکنش‌دهندهٔ $NO_2(g)$ است؛ زیرا غلظت در حال کاسته‌شدن است.

$$\overline{R}_{(NO_2)} = -\frac{\Delta[NO_2]}{\Delta t} = -\frac{(۰/۰۳ - ۰/۰۶) \ mol.L^{-1}}{۲۴ \ min} \times \frac{۱ \ min}{۶۰ \ s} = ۲/۰۸ \times ۱۰^{-5} \ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

ب) حجم ظرف ۳ لیتر است.

$$\overline{R}_{(NO_2)} = ۲/۰۸ \times ۱۰^{-5} \ mol.L^{-1}.s^{-1} \times ۳ \ L = ۶/۲۵ \times ۱۰^{-5} \ mol.s^{-1}$$

$$\frac{\overline{R}_{(NO_2)}}{۲} = \frac{\overline{R}_{(O_2)}}{۱} \Rightarrow \frac{۶/۲۵ \times ۱۰^{-5}}{۲} = \frac{\overline{R}_{(O_2)}}{۱} \Rightarrow \overline{R}_{(O_2)} = ۳/۱۲۵ \times ۱۰^{-5} \ mol.s^{-1}$$

پ) وقتی به $\frac{۱}{۲}$ می‌رسد؛ زیرا با گذشت زمان سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

پاسخنامه آزمون شیمی یازدهم فصل ۳

۱— الف) درست

ب) نادرست، الیاف پس از فرایند ریسندگی به **نخ** تبدیل می‌شوند.

پ) نادرست، پارچهٔ خام پس از فرایند **فراوری** به پارچهٔ آمادهٔ استفاده تبدیل می‌شود.

ت) نادرست، تعداد اتم‌های سازندهٔ هر مولکول **سلولز**، بسیار زیاد بوده و اندازهٔ مولکول آن بزرگ است.

ث) درست

۲— الف) ۳ ـ ۴ ب) تترافلوئورو اتن

پ) سنگین ـ بیشتر

۳— الف) پلیمری‌شدن واکنشی است که در آن مولکول‌های کوچک در شرایط مناسب به یکدیگر متصل شده و مولکول‌هایی با زنجیره‌های بلند و جرم مولی زیاد ایجاد می‌شود.

ب) اگر در واکنش پلیمری‌شدن اتن، مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر اضافه شده و زنجیرهای شاخه‌دار تولید کنند، پلی‌اتن سبک به دست می‌آید. این پلی‌اتن‌ها نسبت به نوع سنگین چگالی کم‌تری داشته و شفاف هستند.

۴— الف) $\left[CH_2CH_2 \right]_n$

ب) حالت فیزیکی اتن گاز است: ۲ ← g

حالت فیزیکی پلی‌اتن جامد است: ۳ ← s

گاز اتن مولکول کوچکی دارد، پس جرم مولی کم و نیروی بین مولکولی ضعیف باعث شده که حالت فیزیکی گاز داشته باشد. در صورتی که پلی‌اتن درشت‌مولکول بوده و جرم مولی زیاد و نیروی بین مولکولی قوی دارد، به همین دلیل حالت فیزیکی آن جامد است.

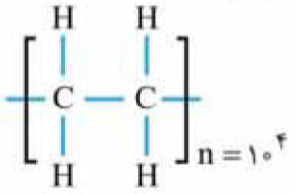
۵— ۱) f) نخ دندان ۲) d) سرنگ ۳) b) پتو

۴) a) کیسهٔ خون ۵) e) لوله‌های پلاستیکی ۶) c) ظروف یک بار مصرف

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۶ــ با توجه به این‌که کل تعداد واحدهای سازنده $۱۰^۴$ است،

می‌توانیم ساختار روبه‌رو را برای این مولکول در نظر بگیریم:



الف) به ازای هر واحد سازنده، یک پیوند کووالانسی «C — C» وجود دارد؛ بنابراین:

$$\text{تعداد کل پیوندهای کوالانسی «C — C»} = n = ۱۰^۴$$

ب) با صرف‌نظرکردن از اول و اخر مولکول، فرمول این مولکول را می‌توانیم به صورت $C_{۲n}H_{۴n}$ در نظر بگیریم که n در آن برابر $۱۰^۴$ است؛ بنابراین:

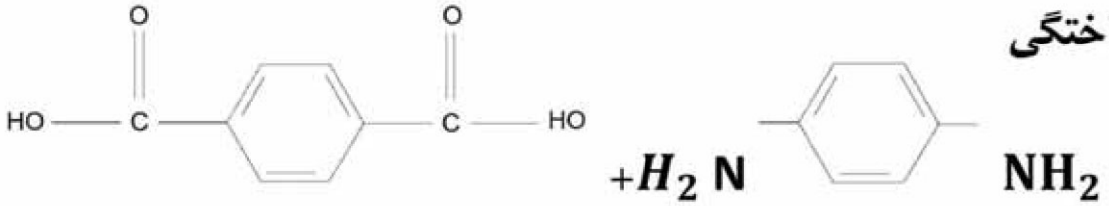
$$\text{تعداد کل اتم‌های H} = ۴n = ۴(۱۰^۴) = ۴۰۰۰۰$$

$$\text{جرم مولی } (C_۲H_۴)_n = n \times \text{جرم مولی } C_۲H_۴ = ۱۰^۴ \times ۲۸ = ۲۸۰۰۰۰\ g.mol^{-۱}$$

۷ــ آ : پلی آمید

ب : ساختگی

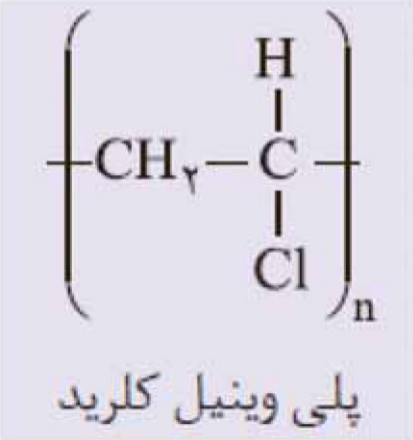
پ :



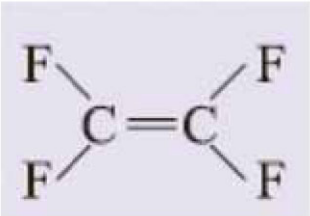
ت : دی آمین و دی اکسید

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۸— الف)استیرن – ظروف یکبار مصرف



ب)پلی وینیل کلرید –



پ)تترا فلوئورو اتن –

۹— الف) دو نوع: ۱) نیروی بین مولکولی هیدروژنی

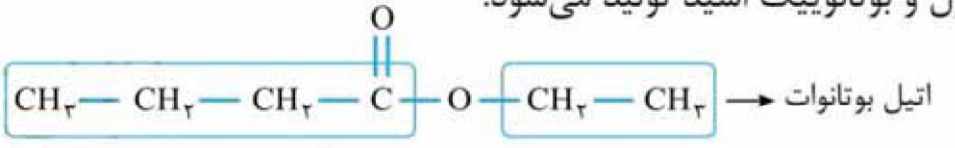
۲) نیروی بین مولکولی وان‌درووالسی

ب) نیروی بین مولکولی هیدروژنی ← در قسمت هیدروکسیل (OH)، نیروی بین مولکولی وان‌درووالسی ← در قسمت هیدروکربنی (R)

پ) در الکل‌ها تا ۵ اتم کربن، نیروی بین مولکولی هیدروژنی بر وان‌درووالسی غلبه کرده و مولکول در کل قطبی محسوب می‌شود ولی در الکل‌های با بیش از ۵ اتم کربن، نیروی بین مولکولی وان‌درووالسی بر هیدروژنی غلبه کرده و مولکول در کل ناقطبی محسوب می‌شود.

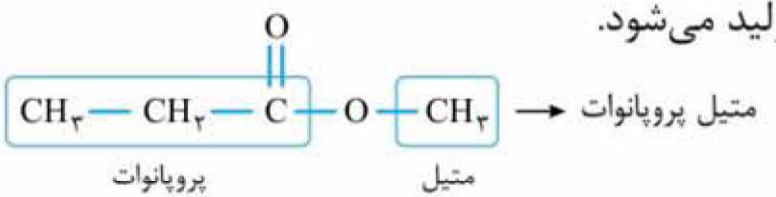
ت) الکل‌های تا ۵ اتم کربن در کل قطبی بوده و در آب حل می‌شوند. الکل‌های با بیش از ۵ اتم کربن در کل ناقطبی بوده و در چربی حل می‌شوند.

۱۱— الف)از واکنش اتانول و بوتانوییک اسید تولید می‌شود.

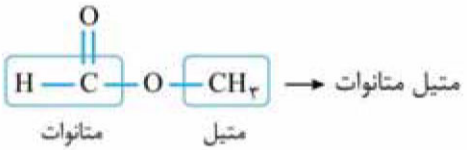


ب)

از واکنش متانول و پروپانوییک اسید تولید می‌شود.

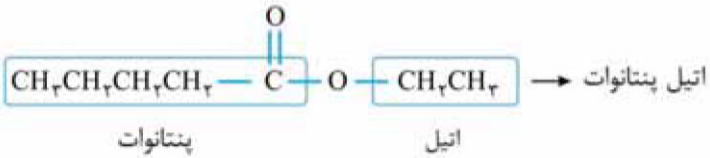


۱۲— الف) در گروه استر R می‌تواند H باشد؛ بنابراین:

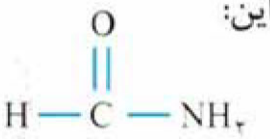


ب) متانول و متانوییک اسید

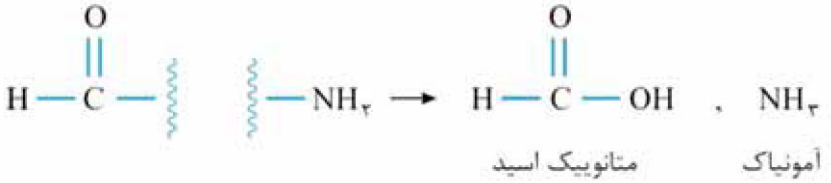
پ) **به کربن گروه استری هم توجه کنید!**



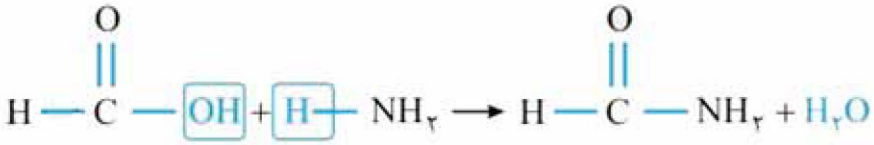
۱۳— الف) همهٔ گروه‌های R ، R′ و R″ می‌توانند هیدروژن (H) باشند؛ بنابراین:



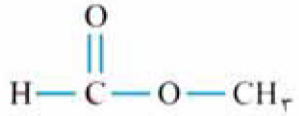
ب) برای رسم ساختار اسید و آمین اولیه کافی است پیوند C–N را شکسته و به کربن، گروه «OH —» و به نیتروژن گروه «— H» وصل کنیم



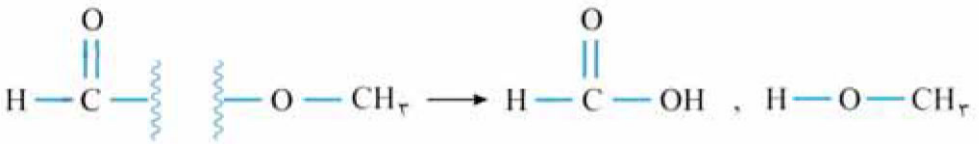
پ)



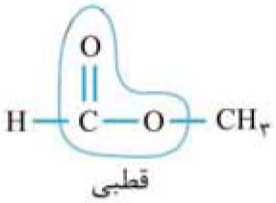
۱۴— الف) در گروه استر، حتماً باید به اکسیژن گروه استری، کربن (C) متصل باشد؛ از آن‌جا که استر موردنظر دوکربنی است، به کربن گروه استری، هیدروژن (H) وصل می‌شود.



ب) برای رسم ساختار اسید و الکل اولیه، کافی است پیوند (C–O) را شکسته و به کربن، گروه (OH —) و به اکسیژن گروه (— H) وصل کنیم.



پ) چون قسمت‌های قطبی مولکول بیشتر است، مولکول در کل قطبی محسوب شده و نیروهای دوقطبی ـ دوقطبی دارد.



قطبی

ت) $C_2H_4O_2$ جرم‌مولی $= 2(12) + 4(1) + 2(16) = 60\ g.mol^{-1}$

ث) اتانوییک اسید ($CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$) برخلاف استرِ داده‌شده، می‌تواند نیروی بین مولکولی «هیدروژنی» تشکیل دهد؛ *(چون H متصل به O داره!)*؛ به همین دلیل نقطهٔ جوش بالاتری دارد.

۱۵–

خیر؛ زیرا این پلیمرها، ساختاری شبیه به آلکان‌ها دارند و در آن‌ها همهٔ اتم‌های کربن سیرشده هستند؛ بنابراین تمایلی به انجام واکنش و تجزیه‌شدن ندارند.

۱۶–

ماندگاری پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده در طبیعت باعث ایجاد مشکلات فراوانی مثل تبدیل محیط زیست به گورستان زباله، کثیف‌شدن چهرهٔ شهرها و محیط زیست، آسیب‌زدن به زندگی جانوران و ... می‌شود که این مشکلات، هزینه‌های تحمیل‌شده به اقتصاد یک جامعه را به شدت بالا می‌برد.

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

پاسخنامه آزمون فیزیک یازدهم فصل ۱

۱— الف) ندارد　　ب) عمود بر

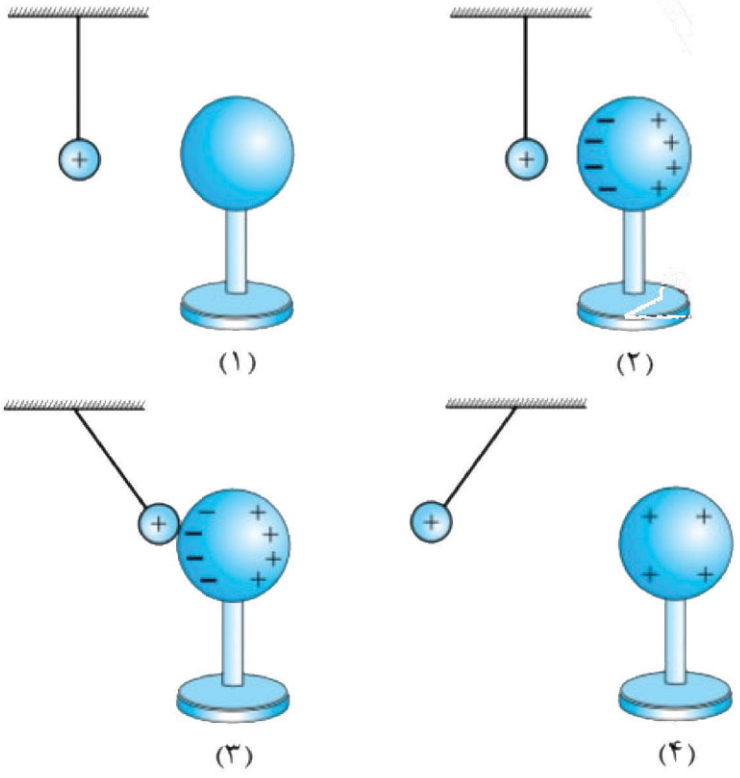
پ) تراکم بار　　ت) افزایش

۲— الف) الکتروسکوپ　　ب) فرعی

پ) کم‌تری

ت) منفی ـ منفی؛ در واقع داریم الکتروسکوپ را به روش القا باردار می‌کنیم. در درس‌نامهٔ باردارکردن به روش القا، خواندید که در این روش جسم باردارشده، بارش مخالف میله است؛ پس، بار الکتروسکوپ منفی می‌شود. بار دورکردن میلهٔ باردار، این بار روی کلاهک و ورقه‌ها پخش می‌شود.

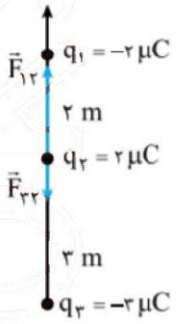
۳— اتفاقی مشابه اتفاق سؤال قبلی رخ می‌دهد:



7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۴— نیروی وارد بر $q_۲$ از طرف $q_۱$ و از طرف $q_۳$ به صورت جاذبه است. چون $q_۲$ مثبت و دو بار $q_۱$ و $q_۳$ منفی هستند؛ بنابراین جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ به صورت زیر است.

با توجه به جهت‌های مشخص‌شده، $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ را تعیین می‌کنیم:



$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}$$

$$= (۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})\frac{(۲\times۱۰^{-۶}\ C)(۲\times۱۰^{-۶}\ C)}{(۲m)^۲}$$

$$= ۹\times۱۰^{-۳}\ N \Rightarrow \vec{F}_{۱۲} = (۹\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{j}$$

$$F_{۳۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲}$$

$$= (۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})\frac{(۳\times۱۰^{-۶}\ C)\times(۲\times۱۰^{-۶}\ C)}{(۳m)^۲}$$

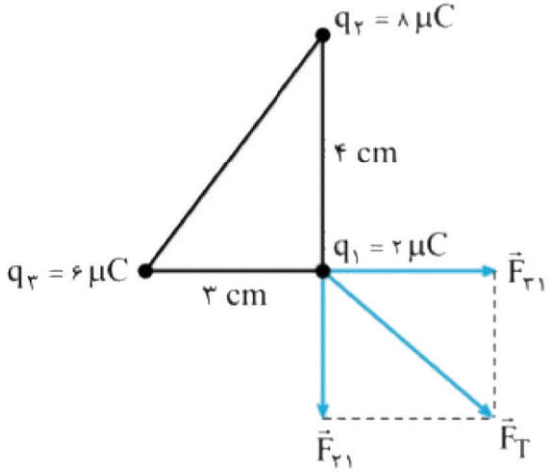
$$= ۶\times۱۰^{-۳}\ N \Rightarrow \vec{F}_{۳۲} = -(۶\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{j}$$

حالا برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ را مشخص می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۳۲}$$

$$= (۹\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{j} - (۶\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{j} = (۳\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{j}$$

۵— ابتدا جهت نیروهای وارد بر $q_۱$ را مشخص می‌کنیم. با توجه به این‌که بارها مثبت هستند، دو نیرو به صورت دافعه است.



7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

مثل همیشه عمل می‌کنیم. ابتدا $q_۲$ را در نظر نمی‌گیریم و $F_{۳۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{۳۱} = k\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲}$$

$$= (۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})\frac{(۶\times۱۰^{-۶}\ C)(۲\times۱۰^{-۶}\ C)}{(۳\times۱۰^{-۲}\ m)^۲}$$

$$= ۱۲۰\ N \Rightarrow \vec{F}_{۳۱} = (۱۲۰\ N)\vec{i}$$

حالا $q_۳$ را در نظر نمی‌گیریم و $\vec{F}_{۲۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{۲۱} = k\frac{|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲}$$

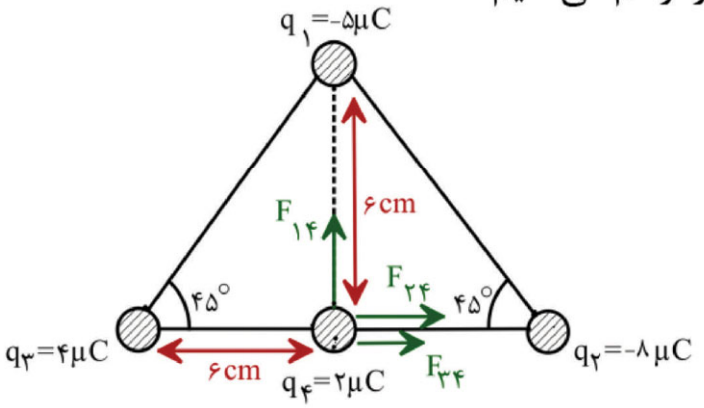
$$= (۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})\frac{(۸\times۱۰^{-۶}\ C)(۲\times۱۰^{-۶}\ C)}{(۴\times۱۰^{-۲}\ m)^۲} = ۹۰\ N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{۲۱} = (-۹۰\ N)\vec{j}$$

در نتیجه برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۳۱} + \vec{F}_{۲۱} = (۱۲۰\ N)\vec{i} + (-۹۰\ N)\vec{j}$$

۶— گام اول: بردار نیروهای وارد بر $q_۴$ را رسم می‌کنیم.



گام دوم: هر یک از نیروها را محاسبه می‌کنیم.

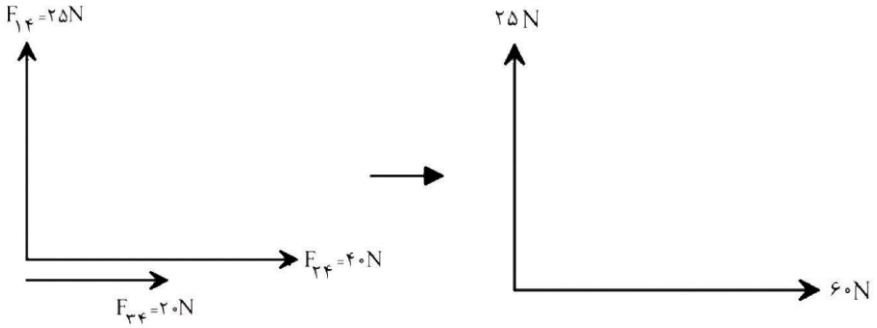
7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

$$F_{14} = k\frac{|q_1 q_4|}{r_{14}^2} = 9\times10^9 \times \frac{5\times2\times10^{-12}}{(6\times10^{-2})^2} = 25N$$

$$F_{24} = k\frac{|q_2 q_4|}{r_{24}^2} = 9\times10^9 \times \frac{8\times2\times10^{-12}}{(6\times10^{-2})^2} = 40N$$

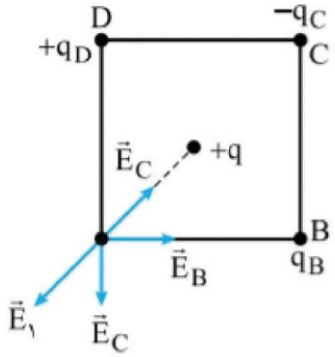
$$F_{34} = k\frac{|q_3 q_4|}{r_{34}^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times2\times10^{-12}}{(6\times10^{-2})^2} = 20N$$

گام سوم: برآیند نیروها را محاسبه می‌کنیم.



$$\Rightarrow F_{کل} = \sqrt{25^2 + 60^2} = 65N$$

۷— این سؤال یکی از سؤال‌های بسیار خوب چند سال اخیر در امتحان نهایی بوده است. برای این‌که میدان در نقطهٔ A صفر شود، باید بار در نقطه‌ای قرار گیرد که روی خط واصل $q_1 = +q$ و نقطهٔ A باشد. این موضوع به این خاطر است که اگر بار دوم روی این خط نباشد، نمی‌تواند یک میدان در راستای میدان q_1 در نقطهٔ A و در خلاف جهت آن ایجاد کند. برای نمونه به شکل روبه‌رو نگاه کنید:



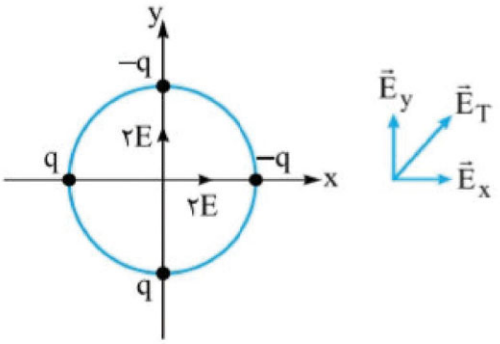
همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، میدان‌های حاصل از دو بار $-q_B$ و $+q_C$ در راستای میدان $\vec{E}$ حاصل از بار $+q$ نیست و نمی‌تواند آن را خنثی کند. پس با توجه به شکل، فقط بار واقع در نقطهٔ C می‌تواند میدانی هم‌راستا با E ایجاد کند. از طرفی چون E_C باید در خلاف جهت E باشد، نوع بار واقع در C باید منفی باشد.

۸– چون مقدار بارها با هم برابر و فاصلهٔ آن‌ها از مرکز یکسان است، اندازهٔ میدان هر یک از بارها را E در نظر می‌گیریم. برایند میدان در جهت x را E_x و در جهت y را E_y در نظر می‌گیریم.

$$E = k\frac{q}{r^2} = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^2}{C^2}\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}\ C}{(۱\ m)^2} = ۴۵۰۰۰\ N/C$$

با توجه به شکل زیر E_x و E_y برابر است با: $E_x = E_y = ۲E$

بنابراین میدان برابر است با:



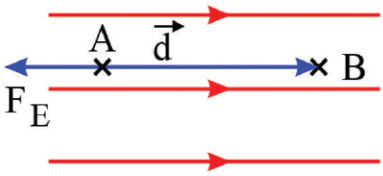
$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(۲E)^2 + (۲E)^2} = \sqrt{۴E^2 + ۴E^2}$$

$$= \sqrt{۸E^2} = ۲\sqrt{۲}E = ۲\sqrt{۲}\times۴۵۰۰۰\ N/C = ۹۰۰۰۰\sqrt{۲}\ N/C$$

۹–

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۰ــ مطابق شکل مقابل زاویهٔ بین بردار جابه‌جایی و بردار نیروی ناشی از میدان بر بار منفی، برابر با ۱۸۰° است:



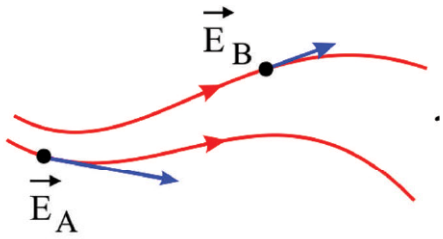
$$\Delta U_E = -W_E = -|q| Ed \cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Delta U_E = -\left|-۵ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۵} \times ۱ \times (-۱)$$
$$\Delta U = ۰/۵ J$$

یعنی انرژی پتانسیل بار $۰/۵J$ افزایش یافته است.

۱۱ــ

الف) برای رسم بردار میدان در هر نقطه باید برداری مماس بر خط میدان عبورکننده از آن نقطه و هم‌جهت با خط میدان رسم کرد. به‌علاوه باید دقت داشت که در نقطهٔ A میدان قوی‌تر از نقطهٔ B است. (تراکم خطوط بیشتر است.)

ب) در نقطهٔ C میدان الکتریکی از نقطهٔ D بزرگ‌تر است زیرا تراکم خطوط در C بیشتر از D است.



۱۲ــ

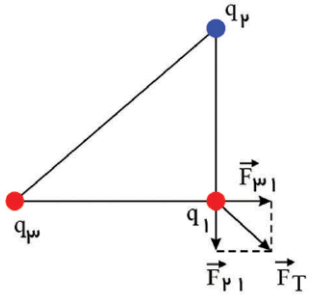
$$qE - mg = ma \rightarrow ۱/۲ \times ۱۰^{۵} \times ۱۰^{-۱۵} - ۱۰^{-۸} \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۱۰^{-۱۱} a \rightarrow a = ۲ \frac{m}{s^۲}$$

۱۳ــ

بر بار $q_۱$ دو نیروی الکتریکی عمود بر هم وارد می‌شود. یعنی:

$$F_{۳۱} = k\frac{q_۳ q_۱}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^{۹} \times \frac{۶ \times ۱۰^{-۶} \times (۲ \times ۱۰^{-۶})}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۲۰ N$$

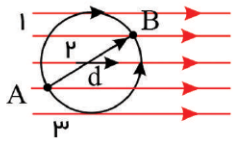
$$\vec{F_{۳۱}} = ۱۲۰ \ (N)\ \vec{i}$$



7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۴-

نکته: تغییر انرژی پتانسیل مستقل از نوع مسیر است و فقط به بردار جابه‌جایی ربط دارد. یعنی در تمام حالات زیر داریم:



$$\Delta U_{AB} = -Ed|q|\cos\theta$$

پس ابتدا با استفاده از محیط نیم‌دایره فاصلهٔ AB را به دست می‌آوریم:

محیط نیم‌دایره: $\frac{۱}{۲}(۲\pi r) = ۶\pi \Rightarrow r = ۶m$

$$AB = ۲r = ۲ \times ۶ = ۱۲m$$

$$\Delta U = -Edq\cos\theta = -Edq\cos ۰^\circ = -۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰۰ \times ۱۲ \Rightarrow \Delta U = -۲۴ \times ۱۰^{-۳} J$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ این است که انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است، دقت کنید

اگر بار الکتریکی مثبت در جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۱۵-

چون بار الکتریکی آزادانه جابه‌جا شده یعنی در جهت دلخواه خود حرکت می‌کند. جابه‌جایی بار الکتریکی از پتانسیل الکتریکی کم $(V_۱ = ۵۰V)$ به پتانسیل الکتریکی بیشتر $(V_۲ = ۳۰V)$ است. یعنی بار در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کند. بنابراین $q < ۰$ است.
(از طرفی بار آزادانه جابه‌جا شده است یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است.)

$$\begin{cases} \cancel{\Delta E}^{\,۰} = \Delta U + \Delta K \rightarrow \boxed{\Delta K = -\Delta U} \quad (۱) \\ \Delta V = \dfrac{\Delta U}{\underbrace{q}_{\text{با علامت واقعی بار}}} \rightarrow \Delta U = q\Delta V = (-۴۰ \times ۱۰^{-۶})\overbrace{(۳۰ - (-۵۰))}^{۸۰} = -۳۲ \times ۱۰^{-۴} J \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - \cancel{v_۱^۲}^{\,۰}) = -(-۳۲ \times ۱۰^{-۴}) \rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۱۰۰}(v_۲^۲ - ۰) = ۳۲ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\rightarrow v_۲^۲ = ۳۲ \times ۱۰^{-۲} \rightarrow \boxed{v_۲ = ۰/۴\sqrt{۲}m/s}$$

۱۶ــ گام اول: ظرفیت خازن را در حالت اول (کمترین فاصلهٔ بین صفحات) محاسبه می‌کنیم:

$$C_۱ = \varepsilon_۰ \frac{A}{d} = (۹ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{F}{m}) \frac{(۶ \times ۱۰^{-۵} m^۲)}{۱ \times ۱۰^{-۳} m} = ۵۴ \times ۱۰^{-۱۴} F = ۵۴ \times ۱۰^{-۲} pF$$

گام دوم: ظرفیت خازن را در حالت دوم (بیشترین فاصلهٔ بین صفحات) به دست می‌آوریم:

$$C_۲ = \varepsilon_۰ \frac{A}{d} = (۹ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{F}{m}) \frac{(۶ \times ۱۰^{-۵} m^۲)}{۱٫۲ \times ۱۰^{-۳} m} = ۴۵ \times ۱۰^{-۱۴} F = ۴۵ \times ۱۰^{-۲} pF$$

گام سوم: حالا اختلاف ظرفیت خازن را که ایجاد یک سیگنال می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\Delta C = C_۲ - C_۱ = ۵۴ \times ۱۰^{-۲} pF - ۴۵ \times ۱۰^{-۲} pF = ۹ \times ۱۰^{-۲} pF$$

۱۷ــ بار خازن ثابت می‌ماند چون از مولد جدا شده است.

$$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{k_۲}{k_۱} \times \frac{A_۲}{A_۱} \times \frac{d_۱}{d_۲} = ۱۰ \times ۱ \times \frac{۱}{۲} = ۵ \Rightarrow C_۲ = ۵C_۱$$

$$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{Q_۲}{Q_۱} \times \frac{V_۱}{V_۲} \Rightarrow ۵ = ۱ \times \frac{V_۱}{V_۲} \Rightarrow V_۲ = \frac{۱}{۵} V_۱$$

$$\frac{U_۲}{U_۱} = (\frac{Q_۲}{Q_۱})^۲ \times (\frac{C_۱}{C_۲}) = ۱ \times \frac{۱}{۵} \Rightarrow U_۲ = \frac{۱}{۵} U_۱$$

۱۸ــ ابتدا اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow ۴۰ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱۰ \times ۱۰^{-۶}}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = \frac{۱}{۴} V$$

حالا با استفاده از رابطهٔ $E = \frac{\Delta V}{d}$، میدان بین صفحات را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow E = \frac{\frac{۱}{۴}}{۱ \times ۱۰^{-۲}} = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵ V/m$$

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۹- $c = \frac{k\varepsilon_0 A}{d} = ۵\times۹\times۱۰^{-۱۲} \times \frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۴/۵\times۱۰^{-۱۲} f$

$u = \frac{۱}{۲} cv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۴/۵\times۱۰^{-۱۲} \times ۱۰۰ = ۲/۲۵\times۱۰^{-۱۰} j$

پاسخنامه آزمون فیزیک یازدهم فصل ۲

۱- الف) لامپ (۲) خاموش و لامپ (۱) پر نورتر می‌شود.

ب) با بستن کلید مقاومت مدار کاهش می‌یابد بنا بر رابطه‌ی $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ مدار افزایش یافته و آمپرسنج عدد بیش‌تری را نشان می‌دهد. با توجه به رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$ عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد در این حالت کاهش می‌یابد.

۲- الف) $A = \pi r^۲ = ۴\pi\, mm^۲ = ۴\pi \times ۱۰^{-۶} m^۲$

$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{۲ \times ۴\pi \times ۱۰^{-۶}}{۲} = ۴\pi \times ۱۰^{-۶} \simeq ۱۲ \times ۱۰^{-۶} \Omega \cdot m$

ب) $\frac{R_۲}{R_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} = (\frac{۲}{r_۲})^۲ \Rightarrow r_۲ = ۲\sqrt{۲}\, mm$

۳- الف) $q = I \cdot t \Rightarrow q = ۵ \times ۴ \times ۶۰ = ۱۲۰۰ C$

ب) $q = \pm ne \Rightarrow ۱۲۰۰ = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow$

$n = \frac{۱۲۰۰}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۷/۵ \times ۱۰^{۲۱}$ عدد الکترون

۴ــ با توجه به این‌که نمودار یک خط راست است، جریان مستقیم است و در تمام بازه‌های زمانی جریان متوسط ثابت است:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{۴\,C - ۰}{۲\,s - ۰} = \frac{۴\,C}{۲\,s} = ۲\,A$$

۵ــ هر چه‌قدر شیب نمودار $V - I$ بیشتر باشد، مقاومت بیشتر است؛ بنابراین، $R_A > R_B$ است و داریم:

$$R_A > R_B \Rightarrow \rho_A \frac{L_A}{A_A} > \rho_B \frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B ,\, L_A = L_B} \frac{۱}{A_A} > \frac{۱}{A_B}$$

چون هر دو کسر مساوی است با معکوس‌کردن کسرها، جواب نامعادله عکس می‌شود.

$$\frac{۱}{A_A} > \frac{۱}{A_B} \Rightarrow A_A < A_B$$

۶ــ

الف)

$$\frac{۱}{R_{۲۳}} = \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} \Rightarrow R_{۲۳} = \frac{R_۲ R_۳}{R_۲ + R_۳} = \frac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲۳} = ۳ + ۲ = ۵\Omega \qquad (۰/۲۵)$$

ب)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{۹}{۵+۱} = ۱/۵\,\Omega$$

پ)

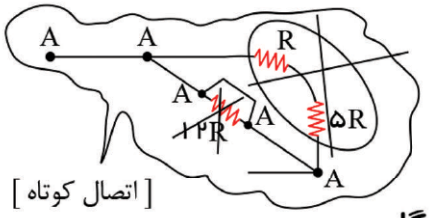
$$P = \varepsilon I - r I^۲ \Rightarrow P = ۹\times۱/۵ - ۱\times۱/۵^۲ = ۱۱/۲۵ W$$

۸—

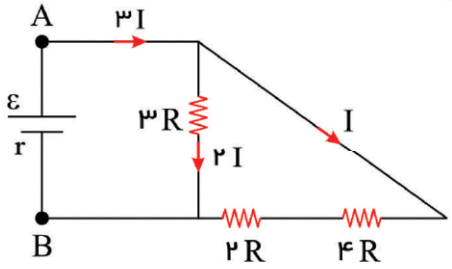
الف) لامپ B از مدار خارج و خاموش می‌شود و نور لامپ A به علت افزایش جریان، زیاد می‌شود

ب) لامپ B از مدار خارج و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر A برابر با ε می‌شود

۹— گام اول: مقاومت‌های $۱۲R$ و R و $۵R$ اتصال کوتاه شده، از مدار حذف می‌شوند:



گام دوم: فرض کنید جریان گذرنده از مقاومت $۴R$ برابر I باشد. آن‌گاه:



گام سوم: مقاومت معادل مدار:

$$۴R \text{ توان مصرفی} \rightarrow P = (۴R)I^۲ = ۸W \rightarrow \boxed{RI^۲ = ۲W}$$

$$R_{eq} = \frac{۳R \times ۶R}{۳R + ۶R} = ۲R$$

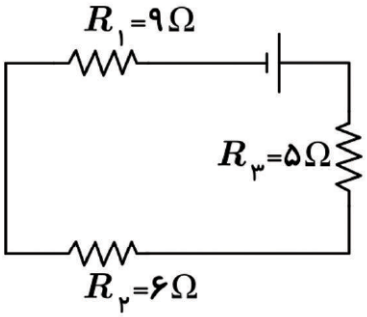
حال می‌دانیم که توان خروجی (مفید) مولد برابر با توان مصرفی کل مقاومتهای خارجی مدار است، یعنی:

$$P_T = R_{eq}(۳I)^۲ = (۲R)(۹I^۲) \rightarrow P_T = ۱۸(RI^۲) = ۱۸ \times ۲ = ۳۶W \rightarrow P_T = ۳۶W$$

۱۰ —

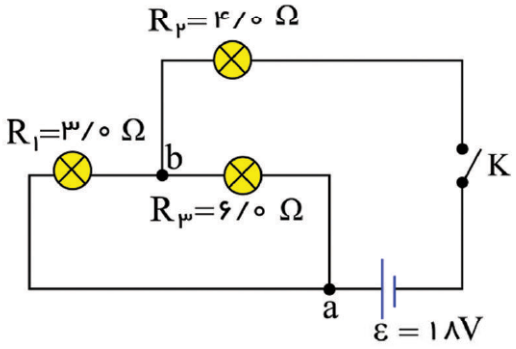
شاید اول بگوییم که این مدار اصلاً تک‌حلقه نیست. اگر این را با خودتان گفته‌اید، به این نکته توجه نکرده‌اید که سیمی که ولت‌سنج در آن قرار دارد، مثل یک سیم قطع‌شده است و تأثیری در مدار ندارد؛ پس، مدار ما به شکل روبه‌رو است و ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_1 و R_2 را اندازه می‌گیرد.

با توجه به شکل بالا R_1، R_2 و R_3 با هم متوالی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر مولد هم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ این مقاومت‌ها است؛



$$R_{12} = R_1 + R_2 = ۹\Omega + ۶\Omega = ۱۵\Omega$$
$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = ۹\Omega + ۶\Omega + ۵\Omega = ۲۰\Omega$$

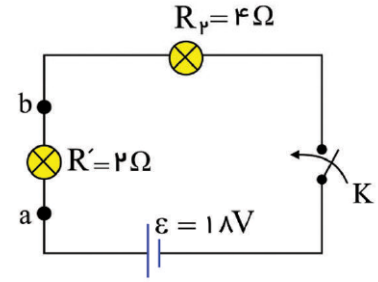
۱۱ — همانطور که از شکل پیداست، دو مقاومت R_1 و R_3 با هم موازی‌اند:



و در شکل جدید مشاهده می‌کنیم که R' و R_2 سری‌اند:

$$R' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$$

حال جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم:

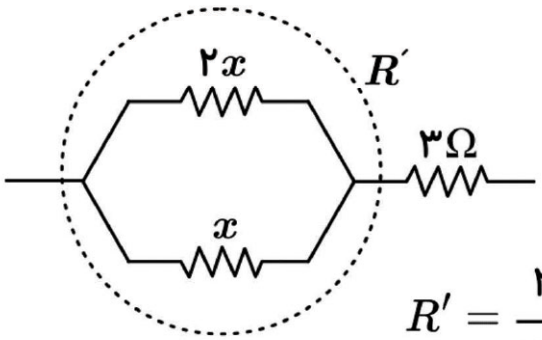


$$R_{eq} = R' + R_2 = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۱۸}{۶} = ۳A$$

$$V_{ab} = V_{R'} = R'I = ۲ \times ۳ = ۶V$$
$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} = \frac{۶}{۳} = ۲A$$
$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3} = \frac{۶}{۶} = ۱A$$

۱۲-

دو مقاومت $۲x$ و x با هم موازی و مجموعهٔ آنها با مقاومت ۳ اهمی متوالی است؛ بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:



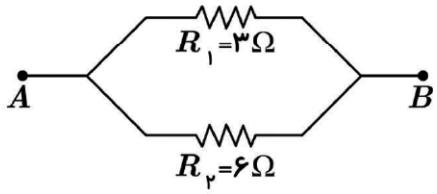
$$R' = \frac{۲x \times x}{۲x + ۲x} = \frac{۲x^{۲}}{۳x} = \frac{۲}{۳}x \Rightarrow R_{eq} = R' + ۳\Omega$$

$$\Rightarrow ۷\Omega = R' + ۳\Omega \Rightarrow R' = ۷\Omega - ۳\Omega = ۴\Omega$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}x = ۴\Omega \Rightarrow x = \frac{۴\Omega}{\frac{۲}{۳}} = ۶\Omega$$

۱۳-

دو سر مقاومت $R_۳$ با یک سیم به هم وصل شده است؛ بنابراین، دو سر آن اتصال کوتاه شده و مطابق شکل روبه‌رو از مدار حذف می‌شود؛ به این ترتیب، فقط مقاومت‌های موازی $R_۱$ و $R_۲$ در مدار هستند و مقاومت معادل آنها برابر است با:



$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۳\Omega} + \frac{۱}{۶\Omega} = \frac{۲}{۶\Omega} + \frac{۱}{۶\Omega} = \frac{۳}{۶\Omega} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۶\Omega}{۳} = ۲\Omega$$

۱۴—

الف) بر اساس رابطهٔ $\Delta q = I \cdot \Delta t$ ، Ah در واقع نشان‌دهندهٔ مقدار باری است که باتری می‌تواند قبل از اتصال مجدد به شارژر، تحت ولتاژ ۱۲ ولت در مدار به گردش در بیاورد. به عبارت دیگر چنین باتری ای می‌تواند مقدار ۳۶۰۰ × ۷۵ کولن بار را تحت ولتاژ $12V$ در مدار به گردش درآورد و پس از آن لازم است دوباره شارژ شود.

ب) ظاهراً به کمک رابطهٔ $q = It$ باید بتوان این زمان را محاسبه کرد.

$$q = It \Rightarrow ۷۵ = ۲۰۰t \Rightarrow t = \frac{۷۵}{۲۰۰} = \frac{۳}{۸} = ۰/۳۷۵\, h$$

$\frac{۳}{۸}$ ساعت یعنی $۶۰ \times \frac{۳}{۸}$ دقیقه یعنی ۲۲/۵ دقیقه. ولی خوب است بدانید که باتری نمی‌تواند بطور مدام در مدت ۲۲/۵ دقیقه چنین جریانی را از خود بگذراند و قطعاً در صورت چنین کاری به شدت آسیب می‌بیند و در زمانی بسیار کمتر، کاملاً از کار می‌افتد.

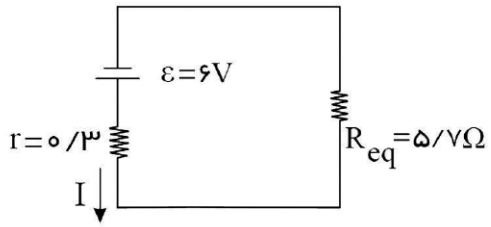
۱۵— ابتدا مقاومت معادل مدار را بدست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{R_{۳۴}} = \frac{۱}{R_۳} + \frac{۱}{R_۴} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶} \Rightarrow R_{۳۴} = ۴\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{۲۳۴}} = \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_{۳۴}} = \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} \Rightarrow R_{۲۳۴} = \frac{۲۴}{۱۰} = ۲/۴\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲۳۴} = ۳/۳ + ۲/۴ = ۵/۷\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۶}{۵/۷ + ۰/۳} = ۱\, A$$



چون $R_۱$ یا مولد سری است جریان $I = ۱\, A$ از $R_۱$ هم می‌گذرد.

$$V_{\text{دو سر مولد}} = \varepsilon - rI = ۶ - ۰/۳ \times ۱ = ۵/۷V$$

۱۶– الف)

$V_۱ = R_۱ I_۱ \qquad ۶ = ۶ I_۱ \quad I_۱ = ۱A$

$V_۱ = V_۲ \qquad ۶ = R_۲ I_۲ \quad I_۲ = ۲A \qquad I = I_۱ + I_۲ = ۳A$

ب)

$U = RI^۲ t \qquad U = ۶ \times (۱)^۲ \times ۱۲۰ = ۷۲۰J$

۱۷– ابتدا مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{۲۴\,V}{۱۲\,A} = ۲\,\Omega$$

مقاومت معادل بین دو نقطهٔ B و C را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq}^{BC} = ۴\,\Omega + ۲\,\Omega + ۱۰\,\Omega = ۱۶\,\Omega$$

حالا اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه را با استفاده از رابطهٔ $V_{BC} = IR_{eq}^{BC}$ محاسبه می‌کنیم:

$$V_{BC} = IR_{eq}^{BC} = (۱۲\,A)(۱۶\,\Omega) = ۱۹۲\,V$$

۱۷– الف) جریان عبوری از مقاومت‌های متوالی با هم برابر است؛ پس، با توجه به رابطهٔ $P = RI^۲$ داریم:

$$\frac{P_۱}{P_۳} = \frac{R_۱}{R_۳} = \frac{۴\,\Omega}{۱۰\,\Omega} = \frac{۲}{۵}$$

ب) ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

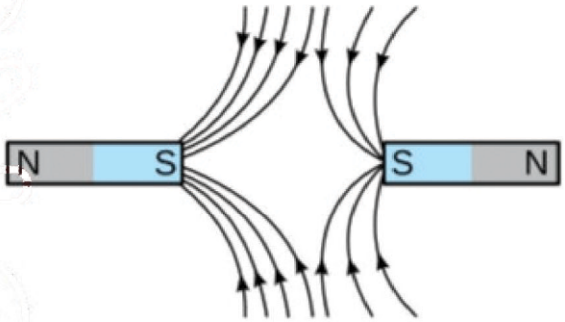
$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳ = ۴\,\Omega + ۵\,\Omega + ۱۰\,\Omega = ۱۹\,\Omega$$

حالا مشابه با قسمت قبل داریم:

$$\frac{P_۲}{P_T} = \frac{R_۲}{R_{eq}} = \frac{۵}{۱۹}$$

پاسخنامه آزمون فیزیک یازدهم فصل ۳

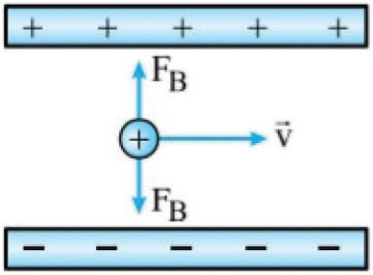
۱ــ الف)



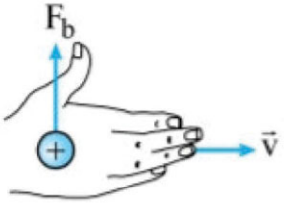
ب) آهن‌ربای ۲؛ چون خطوط میدان در نزدیکی آن فشرده‌تر است.

پ) C

۲ــ الف) نیروی وارد از طرف میدان الکتریکی به بار مثبت، مطابق شکل مقابل است:



برای این‌که ذره منحرف نشود، نیروی مغناطیسی باید به همان اندازه و در جهت مخالف به آن وارد شود. بنابر قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ و انگشت شست را در جهت $\vec{F}_B$ قرار دهیم، کف دست تعیین‌کنندهٔ جهت میدان مغناطیسی خواهد بود؛ بنابراین، میدان مغناطیسی درون‌سو است.



ب) در قسمت (الف) دیدیم برای منحرف‌نشدن ذرهٔ باردار، لازم است نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر آن برابر باشند؛ بنابراین، داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow E\cancel{q} = \cancel{q}vB$$

$$\Rightarrow E = vB = ۴\times۱۰^{۵}\times۲۰\times۱۰^{-۳} = ۸\times۱۰^{۳}\ N/C$$

۳ــ الف) با توجه به جهت نیرو (رو به بالا) و جهت میدان مغناطیسی (درون‌سو) و با بهره‌گیری از قاعدهٔ دست راست، جریان در سیم از C به D به دست می‌آید.

ب) $F = BI\ell\sin\theta \xrightarrow{\sin ۹۰^\circ = ۱} (۲\,N) = (۰/۲۵\,T) \times (۴\,A) \times \ell \times ۱ \Rightarrow \ell = \frac{۲}{۰/۲۵ \times ۴ \times ۱} = ۲\,m$

۴ــ الف) میدان مغناطیسی که برحسب گاؤس داده شده، باید برحسب تسلا نوشته شود:

$$۵۰۰\,G = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۴}\,T = ۵ \times ۱۰^{-۲}\,T$$

اعداد داده‌شده را در رابطهٔ زیر می‌گذاریم:

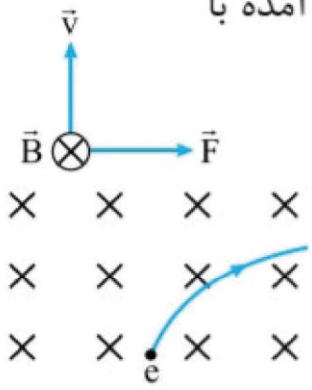
$$F = |q| vB\sin\theta$$

$$\Rightarrow F = (۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C) \times (۲ \times ۱۰^{۶}\,m/s) \times (۵ \times ۱۰^{-۲}\,T) \times ۱$$

$$= ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۴}\,N$$

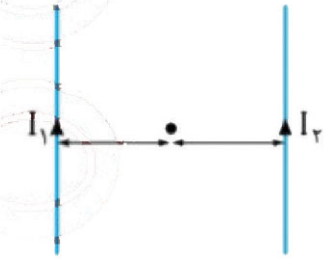
چون بار الکتریکی منفی است، برای تعیین جهت نیرو از دست چپ استفاده می‌کنیم (یا جهت نیروی به دست آمده با دست راست را برعکس می‌کنیم):

ب)



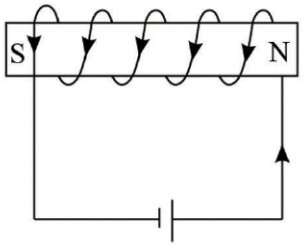
۵— بنابر قاعدهٔ دست راست، میدان حاصل از I_1 در نقطهٔ M برون‌سو و میدان حاصل از I_2 درون‌سو است. با توجه به فاصلهٔ یکسان M از هر دو سیم و از آن‌جایی که $I_1 > I_2$، میدان حاصل از I_1 بزرگ‌تر از میدان حاصل از I_2 است. میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند و جهت برایند را میدان بزرگ‌تر تعیین می‌کند؛ بنابراین، میدان برایند در نقطهٔ M برون‌سو است.

۶— بنابر قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی حاصل از جریان I_1 در نقطهٔ وسط، درون‌سو و میدان حاصل از جریان I_2 برون‌سو است. فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از دو سیم یکسان و جریان I_2 بزرگ‌تر از جریان I_1 است؛ بنابراین، میدان مغناطیسی حاصل از I_2 بزرگ‌تر از میدان مغناطیسی حاصل از I_1 است. میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند و جهت میدان مغناطیسی برایند را میدان بزرگ‌تر تعیین می‌کند. در نتیجه میدان در وسط دو سیم، برون‌سو است.

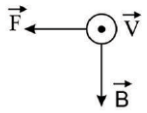


۷—

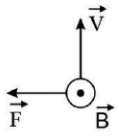
الف) با توجه به جهت جریان سیم‌های سیملوله و قانون دست راست، سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ آن قطب S خواهد بود.



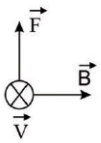
۸— **برای پیدا کردن جهت نیروی وارد بر بار منفی ابتدا با دست راست جهت نیروی وارد بر بار مثبت را پیدا می‌کنیم و بعد آن را برعکس بیان می‌کنیم. البته می‌توانیم از دست چپ هم استفاده کنیم که توصیه نمی‌شود.**



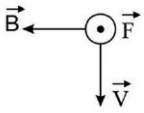
(د) برای بار منفی



(ج) برای بار منفی



(ب) برای بار منفی



(الف) برای بار منفی

۹–

الف) $F = |q| vB \sin\theta$

$|q| = ۲ \times ۱۰^{-۶} C$

ب) بار مثبت

$۰/۴ = |q| \times ۴ \times ۱۰^{۶} \times ۰/۰۵ \times \sin ۹۰$

۱۰– الف) (۱)

$$F_B = BIl \sin\theta = mg$$

ب) $\rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳} \times I \times ۰/۲ \times ۱ = ۰/۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰$

$\rightarrow I = ۵A$

۱۱– الف) فرومغناطیس سخت

ب) افزایش جریان – افزایش تعداد حلقه ها

پ) در حال نزدیک شدن

$$A = \pi r^{۲} = ۳ \times ۰/۱^{۲} = ۳ \times ۱۰^{-۲} m^{۲}$$

$$\Delta B = ۰ - ۰/۰۴ = -۰/۰۴ T$$

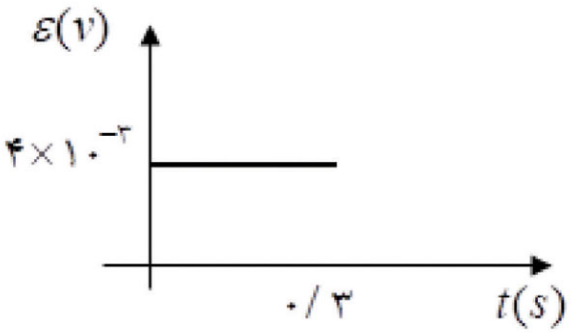
$$\Delta\phi = \Delta BA\cos ۰ = -۰/۰۴ \times ۳ \times ۱۰^{-۲} = -۱۲ \times ۱۰^{-۴} wb$$

الف)

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}(۰/۲۵) \rightarrow \bar{\varepsilon} = -۱ \times \frac{-۱۲ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۳} = ۴ \times ۱۰^{-۳} v$$

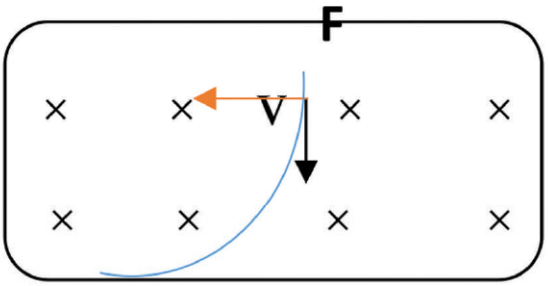
$$I = \frac{\bar{\varepsilon}}{R}(۰/۲۵) \rightarrow I = \frac{۴ \times ۱۰^{-۳}}{۵} = ۸ \times ۱۰^{-۴} A$$

ب)



7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۳ــ $F=|q|vB\sin\Theta=۱,۶X۱۰^{-۱۹}\ X\ ۳۰\ X\ ۰,۴\ X\sin۹۰=۱.۹۲X۱۰^{-۱۸}\ N$



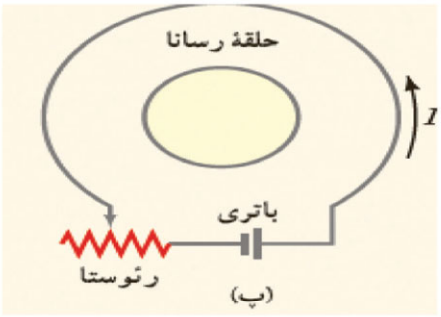
۱۴ــ پاسخ به سوالات مواد مغناطیسی ؛

الف) کاتوره ای (درهم وبرهم) ب) دیامغناطیس پ) نرم و سخت

ت)نرم مانند یکی از موارد : آهن یا نیکل یا کبالت ویا آهنربای موقت(الکتریکی) و سخت مانندیکی از موارد: فولاد یاآلیاژهای دیگر آهن یا نیکل یا کبالت و یا آهنرباهای دائمی

۱۵ــ

با کاهش مقاومت رئوستاجریان عبوری از حلقهٔ بیرونی بیشترشده و با افزایش جریان؛ شار مغناطیسی عبوری از حلقهٔ داخلی بیشتر شده و طبق قانون لنز با افزایش شار مخالفت نموده و میدان مغناطیسی خلاف جهت میدان خارجی(یعنی درونسو) درآن ایجاد شده وطبق قانون دست راست ، با این جهت میدان ؛ جریان به صورت ساعتگرد در حلقهٔ داخلی ایجاد می شود.



۱۶ــ الف) پیچه ها ساکن ویا چرخش آهنرباها

ب) هنگام افزایش جریان عبوری از القاگر

7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۱۷–

$$|\mathcal{E}| = |-N\,\Delta\varphi / \Delta t| = |-N\,A\cos\Theta\,\Delta B / \Delta t|$$

$$۲ = ۵۰۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ \times \Delta B / \Delta t$$

$$\Delta B / \Delta t = ۰,۱\ T/S = ۱۰^{-۱}\ T/S$$

$$I = \mathcal{E} / R = ۲ / ۱۰ = ۰,۲\ A$$

۱۸– معادله ی جریان – زمان جریان متناوبی در SI برابر $I = ۰,۵ \sin ۱۰۰\Pi t$:

الف) $I = I_m \sin \omega t$

I_m $I = ۰,۵ \sin ۱۰۰\Pi t$

$= ۰,۵\ A$, $\omega = ۱۰۰\Pi = ۲\Pi / T \Longrightarrow T = ۲/۱۰۰\ S$

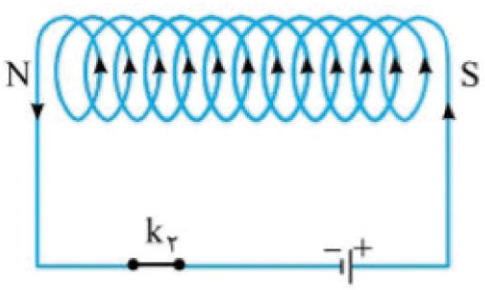
ب) $t = ۰,۰۰۵\ S \Longrightarrow I = ۰,۵ \sin ۱۰۰\Pi ۰,۰۰۵$

$I = ۰,۵ \sin \Pi/۲ = ۰,۵\ A$

پ) $۰,۵ = ۰,۵ \sin ۱۰۰\Pi t \Rightarrow 1 = \sin 100\Pi t \Rightarrow 100\Pi t = \Pi/۲ \Rightarrow t = ۱/۲۰۰\ S$

۱۹–

کلید $k_۲$. با بستن کلید $k_۲$ جهت جریان الکتریکی در سیملوله به گونه‌ای می‌شود که اگر چهار انگشت دست راست را در جهت جریان روی سیملوله بگذاریم، انگشت شست به سمت قطب N قرار می‌گیرد.



7OSTAD.IR
(۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷

۲۰- الف)

$$\frac{T}{۴}=۰/۰۱\rightarrow T=۰/۰۴s$$

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t(۰/۲۵)\rightarrow I=۲\sin ۵۰\pi t$$

ب) $U_m=\frac{۱}{۲}LI_m^۲(۰/۲۵)\rightarrow U_m=\frac{۱}{۲}\times ۲۰۰\times ۱۰^{-۳}\times ۲^۲(۰/۲۵)\rightarrow U_m=۰/۴J$

۲۱- الف) منفی ب)

$$F=qvB=10^{-14}\times 10^6\times 2=2\times 10^{-8}N$$

7OSTAD.IR (۰۷۱) ۹۱۰۰۹۱۷۷